



**UNIVERSIDAD
NACIONAL DE
INGENIERÍA**

**ADMISIÓN UNI
OFICINA CENTRAL**



SOLUCIONARIO **ADMISIÓN**

2  **18-2**

EXCELENCIA & ÉTICA

**ADMISIÓN
UNI 2018-2**

Derechos Reservados

Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del autor.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
SOLUCIONARIO DEL EXAMEN DE ADMISION 2018-2

Octubre de 2018

Diagramación y composición de textos:
OFICINA CENTRAL DE ADMISIÓN

Índice

Solucionario del Examen de Admisión 2018-2 de la Universidad Nacional de Ingeniería

Rector: Dr. Jorge Alva Hurtado
**Jefa de la Oficina
Central de Admisión:** Mag. Noemí Quintana Alfaro

RESPONSABLES DE LAS SOLUCIONES

PRIMERA PRUEBA: Aptitud Académica y Humanidades

Aptitud Académica : Dra. Adriana Valverde Calderón

SEGUNDA PRUEBA: Matemática

Matemática Parte 1 : Mag. Fidel Jara Huanca
Matemática Parte 2 : Dr. Carlos Aníbal De Souza Ferreyra LLaque

TERCERA PRUEBA: Física y Química

Física : Dr. Heriberto Sánchez Córdova
Química : Dra. Ana Valderrama Negrón

PRESENTACIÓN

Quienes aspiran a ingresar a la UNI son aquellos estudiantes que quieren trascender y llegar lejos.

Los exámenes miden las habilidades, aptitudes, inteligencia lógico-matemática, aptitud verbal y competencias de los postulantes.

La Oficina Central de Admisión, con el propósito de orientar a los postulantes para su mejor preparación, pone a su disposición este solucionario, donde se presentan los enunciados y soluciones del último examen de admisión de todas las modalidades, asimismo la Prueba de Aptitud Vocacional para Arquitectura.

Nuestro objetivo es que este compendio sirva a quienes deseen estudiar en nuestra Universidad.

Dr. Jorge Alva Hurtado
Rector, UNI

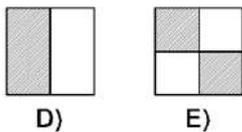
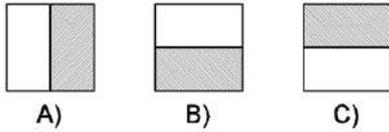
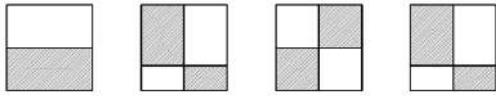
Enunciado y Solución del Examen de Admisión Ordinario 2018-2

PRIMERA PRUEBA

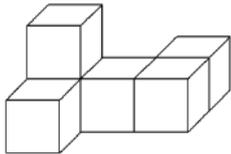
APTITUD ACADÉMICA Y HUMANIDADES

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

01. Determine la figura que continúa.

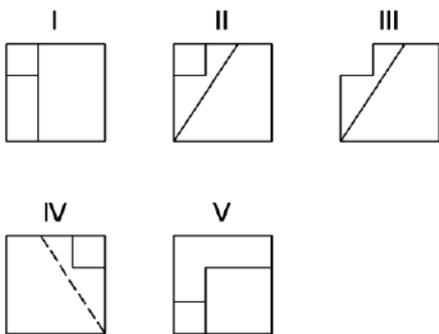
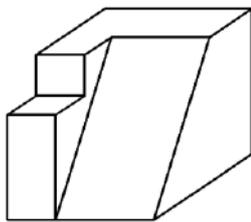


02. En la siguiente figura, calcule la menor cantidad de cubitos que faltan para construir un cubo sólido.



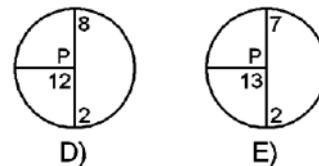
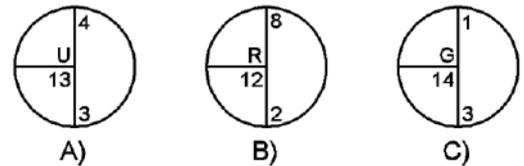
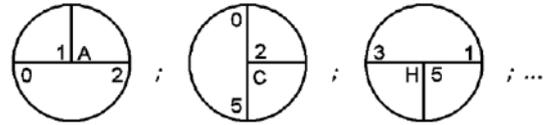
- A) 12 D) 20
B) 17 E) 21
C) 19

03. Determine las vistas que corresponden al sólido mostrado.



- A) I y II D) I, III y IV
B) I y III E) I, III y V
C) II y V

04. Halle la figura que sigue en la siguiente sucesión:



05. En un sistema de comunicaciones para descifrar claves, se sabe que, por cada consonante, se pondrá la vocal inmediata posterior y, por cada vocal, se pondrá la consonante inmediata anterior, considerando un abecedario cíclico sin la CH y la LL. Determine la clave que corresponde a la palabra LIMA.

- A) OHOZ D) ZOHO
B) HOZO E) ZOOH
C) OZOH

06. ¿Cuál o cuáles de las siguientes proposiciones son equivalentes a $(p \rightarrow q) \rightarrow r$?

- A) $\sim [p \wedge \sim q \wedge \sim r]$
B) $(p \wedge \sim q) \vee r$
C) $(r \vee q) \wedge (\sim r \wedge q)$
D) $\sim p \vee q \vee r$
E) $p \wedge \sim q \wedge \sim r$

- A) Solo A D) A y B
B) Solo B E) C y E
C) Solo C

07. Cuatro sospechosos de haber recibido coimas hicieron las siguientes afirmaciones verdaderas cuando fueron interrogados por la policía:

- El sospechoso K dijo que fue el sospechoso A.
- El sospechoso T afirmó que él no fue.
- El sospechoso H señaló que es el sospechoso A.

Si solo uno de los sospechosos miente, ¿quién fue el que recibió la coima?

- A) El sospechoso K
- B) El sospechoso A
- C) El sospechoso T
- D) El sospechoso H
- E) Ninguno de los sospechosos

08. En una bolsa, se tienen 8 fichas numeradas del 1 al 8. ¿Cuál es el menor número de fichas que se deben extraer para estar seguro que 2 fichas extraídas sumen 7?

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 6

09. Simplifique:

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge p] \rightarrow (q \wedge r)$$

- A) p
- B) q
- C) r
- D) V
- E) F

10. Mi abuelo es hijo único pero yo no. ¿Qué parentesco tengo con la nieta de la madre del padre de mi padre?

- A) Ninguno
- B) Hijo
- C) Sobrino
- D) Hermano
- E) Primo

11. Sean las proposiciones p, q y r. Se sabe que:

p : el número 2 es impar

$$q : \forall x \in \mathbb{R}, \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$$

$$r : \exists x \in \mathbb{Z}^+ / x^2 + 2x - 3 = 12$$

Determine los valores de verdad de p, q y r en ese orden.

- A) V V V
- B) V V F
- C) V F F
- D) F F F
- E) F F V

12. Halle el término que continúa en la sucesión:

$$2, 2, 6, 12, 30, 72, \dots$$

- A) 124
- B) 152
- C) 164
- D) 178
- E) 182

13. Sea la sucesión $\{t_n / n \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$ dado por:

$$-2; 2; 7; 13; 20; 28; \dots$$

Determine el producto de los coeficientes de la función cuadrática t_n .

- A) $-\frac{7}{2}$
- B) -2
- C) $-\frac{1}{2}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) $\frac{7}{2}$

14. Dada una progresión aritmética cuyo tercer y quinto término son 2 y 3, respectivamente. ¿Cuál es el valor del término 41?

- A) 18
- B) 19
- C) 20
- D) 21
- E) 22

15. Se tiene la siguiente figura:

45	X	0
87	56	30
79	63	Y

¿Qué números van en las posiciones x, y, respectivamente?

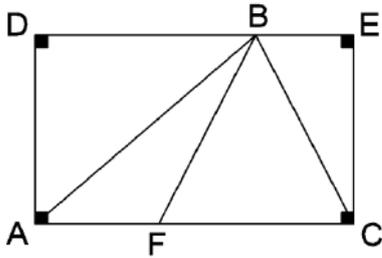
- A) 20, 16
- B) 25, 16
- C) 30, 18
- D) 20, 18
- E) 20, 20

16. Halle el número que continúa en la sucesión:

$$1, 99, 192, 284, 379, \dots$$

- A) 432
- B) 443
- C) 454
- D) 477
- E) 496

17. En la figura mostrada, se desea hallar el área del triángulo ABC donde $\overline{AE} = 10\mu$ y $\overline{AB} + \overline{AD} = 13\mu$.



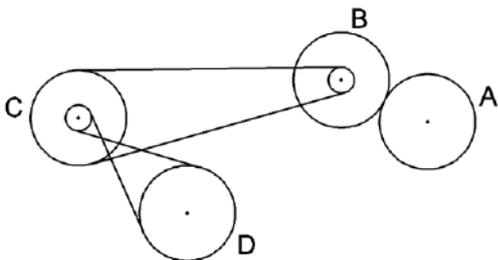
Información brindada:

I) $\frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{3}{4}$

- II) Si $2r$, \overline{FC} , \overline{DB} , \overline{BC} son fracciones homogéneas de denominador 4 y cuyos numeradores están en progresión aritmética creciente de razón 2 y suma 100 con r radio de la circunferencia inscrita al triángulo ADB.

Para hallar dicha área:

- A) La información I es suficiente.
 B) La información II es suficiente.
 C) Es necesario utilizar ambas informaciones.
 D) Cada información, por separado, es suficiente.
 E) La información brindada es insuficiente.
18. Determine el sentido en que rota el disco D en la siguiente figura:



Información brindada:

- I. El disco A rota con velocidad constante.
 II. El disco A rota en sentido horario.

Para resolver el problema:

- A) La información I es suficiente.
 B) La información II es suficiente.
 C) Es necesario utilizar ambas informaciones.
 D) Cada información, por separado, es suficiente.
 E) La información brindada es insuficiente.

19. Se desea hallar dos números naturales a y b , con $a < b$, de modo que sean los dígitos de dos números capicúas de 3 cifras cuya suma sea otro número de 3 cifras iguales.

Información brindada:

- I) Sean a y b las longitudes de dos lados de un triángulo rectángulo notable.
 II) La suma de los dos números capicúas sea múltiplo de 7.

Para hallar esos números:

- A) La información I es suficiente.
 B) La información II es suficiente.
 C) Es necesario utilizar ambas informaciones.
 D) Cada información, por separado, es suficiente.
 E) La información brindada es insuficiente.

20. Se desea conocer, si $x > 3$ donde $x \in \mathbb{R}$.

Información brindada:

- I) La suma de x con su cuadrado es 20.
 II) $x^2 > 9$.

Para conocer la respuesta:

- A) La información I es suficiente.
 B) La información II es suficiente.
 C) Es necesario utilizar ambas informaciones.
 D) Cada información, por separado, es suficiente.
 E) La información brindada es insuficiente.

21. Se desea hallar dos números naturales cuyo producto sea 80 000.

Información brindada:

- I) $\text{MCM}(\text{números}) = 8 * \text{MCD}(\text{números})$
 II) $\text{MCM}(\text{números}) + \text{MCD}(\text{números}) = 900$

Para hallar dichos números:

- A) La información I es suficiente.
 B) La información II es suficiente.
 C) Es necesario utilizar ambas informaciones.
 D) Cada información, por separado, es suficiente.
 E) La información brindada es insuficiente.

22. Se desea determinar el número de términos del polinomio $P(x)$ (independiente de $n \in \mathbb{N}$)

$$P(x) = (n-2)x^{n-9} + (n-3)x^{n-8} + (n-4)x^{n-7} + \dots$$

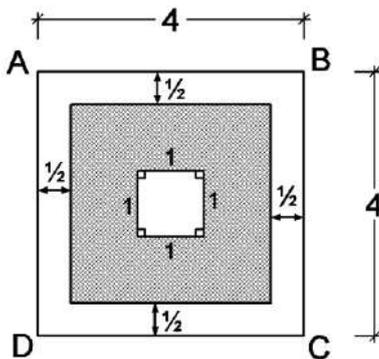
Información brindada:

- I) $P(x)$ es creciente ordenado.
 II) $P(x)$ es completo.

Para resolver el problema:

- A) La información I es suficiente.
 B) La información II es suficiente.
 C) Es necesario utilizar ambas informaciones.
 D) Cada información, por separado, es suficiente.
 E) La información brindada es insuficiente.

23. En la figura, ABCD es un cuadrado. La fracción de área del cuadrado que está sombreado respecto del área del cuadrado ABCD es:

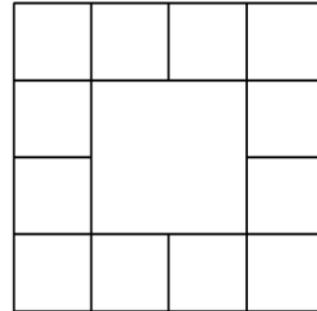


- A) $7/18$ D) $9/16$
 B) $7/16$ E) $7/12$
 C) $1/2$

24. Un palíndromo numérico es un entero positivo que es el mismo si se lee de adelante para atrás o viceversa. Ejemplo 1331 es un palíndromo. Determine el número de palíndromos numéricos entre 1000 y 10000 que son múltiplos de 6.

- A) 12 D) 16
 B) 13 E) 18
 C) 14

25. Escribiendo los dígitos del 1 al 12 sin repetirlos, en los pequeños cuadrados de la figura, determine la suma de las filas y columnas de los bordes, de tal modo que sea el mismo valor.



- A) 24 D) 27
 B) 25 E) 28
 C) 26

26. Se lanzan dos dados al piso. ¿De cuántas maneras se pueden obtener resultados diferentes en dichos dados?

- A) 11 D) 30
 B) 12 E) 36
 C) 25

27. Si $A = \{2x : x \text{ es un número primo}\}$, determine el siguiente conjunto:

$$B = \{x \in \mathbb{Z} : (x \leq 10) \Leftrightarrow (x \in A : 3x < 30)\}$$

- A) $B = \{x \in \mathbb{Z} : x = 2 \vee x = 4 \vee x = 6 \vee x > 10\}$
 B) $B = \{x \in \mathbb{Z} : x = 2 \vee x = 4 \vee x \geq 10\}$
 C) $B = \{x \in \mathbb{Z} : x = 4 \vee x = 6\}$
 D) $B = \{x \in \mathbb{Z} : x = 6 \vee x > 10\}$
 E) $B = \{x \in \mathbb{Z} : x = 4 \vee x = 6 \vee x > 10\}$

28. Si $F(ma + nb) = mF(a) + nF(b)$ donde $F_{(1)} = 1$, calcule el valor de:

$$S = \frac{F_{(1)}!}{F_{(3)}!} + \frac{F_{(2)}!}{F_{(4)}!} + \dots + \frac{F_{(18)}!}{F_{(20)}!}$$

- A) $\frac{7}{20}$ D) $\frac{1}{2}$
 B) $\frac{8}{20}$ E) $\frac{11}{20}$
 C) $\frac{9}{20}$

29. Sean los operadores matemáticos definidos mediante:

$$\textcircled{X} = X + 1 \quad \text{y} \quad \triangle X = 2X + 1$$

Halle el valor de:

$$E = \textcircled{\triangle 5} - \triangle \textcircled{1}$$

- A) 4
B) 5
C) 7
D) 16
E) 23

30. En el conjunto $E = \{3; 4; 5\}$ se define la operación $*$ mediante la tabla:

*	3	4	5
3	4	5	3
4	5	3	4
5	3	4	5

Halle el elemento inverso de 4, según la tabla dada.

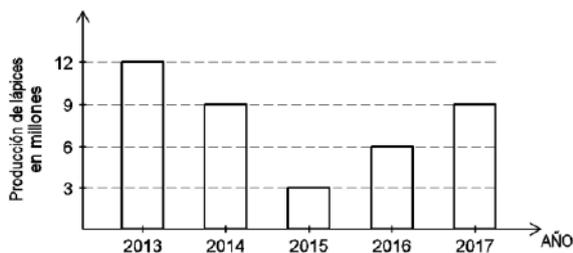
- A) 0
B) 1
C) 3
D) 4
E) 5

31. Si $n \in \mathbb{Z}$, $N_0 = 3$ y $N_{n+1} = N_n + 12$, calcule el valor de T en:

$$N_0 + N_1 + N_2 + N_3 + \dots + T = 828$$

- A) 135
B) 136
C) 137
D) 138
E) 139

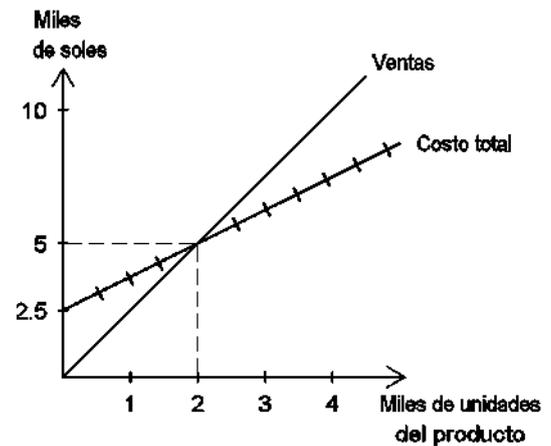
32. Respecto a la información brindada en el diagrama de barras mostrado,



Es correcto afirmar, lo siguiente:

- A) El promedio de producción de los últimos tres años supera al promedio del total de los años.
B) El promedio de producción de los cuatro primeros años supera al promedio total de los años.
C) El promedio de producción del segundo, tercero y cuarto año supera al promedio de producción de los últimos tres años.
D) El promedio de producción del segundo y cuarto año es mayor al promedio de producción de los primeros cuatro años.
E) El promedio de producción del primer y tercer año es igual al promedio de producción del segundo y cuarto año.

33. La gráfica muestra los ingresos por las ventas de un producto y el costo total de producción, en miles de soles.



Después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F), señale la alternativa correcta.

- I) El precio de venta de mil unidades es S/ 2 500.
II) El costo total de producir 2 mil unidades es S/ 5 000.
III) Si se produce y vende solo 2 mil unidades no se gana ni se pierde.

- A) V V V
B) V F F
C) V V F
D) F F F
E) F F V

34. La distribución de la religión de 72 alcaldes del Perú es representada en el gráfico 1 y el gráfico 2 muestra la distribución de los católicos por su ciudad de origen.

Determine la veracidad de las siguientes proposiciones:

- I. El número de alcaldes católicos limeños es 44.
- II. El número de alcaldes evangélicos es mayor que el número de alcaldes católicos arequipeños.
- III. El número de alcaldes católicos limeños es superior al número de alcaldes no católicos.

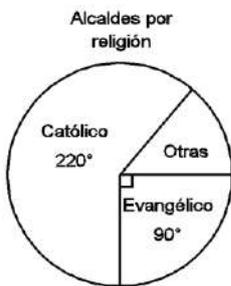


Gráfico 1

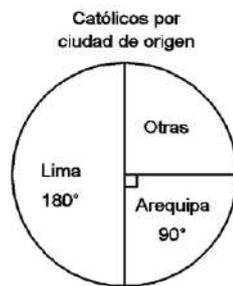
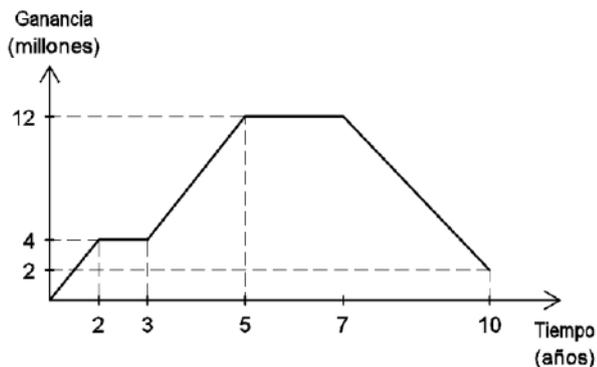


Gráfico 2

- | | |
|-------------|------------------|
| A) Solo I | D) Solo I y II |
| B) Solo II | E) Solo II y III |
| C) Solo III | |

35. El siguiente gráfico muestra la ganancia de una empresa en el transcurso de 10 años. ¿En qué momentos la empresa tuvo una ganancia de 10 millones?. Dé como respuesta la diferencia de estos tiempos en años.



- | | |
|--------|--------|
| A) 3.1 | D) 7.6 |
| B) 4.1 | E) 9.1 |
| C) 4.5 | |

RAZONAMIENTO VERBAL

DEFINICIONES

Elija la alternativa que se ajusta a la siguiente definición:

36. _____ : Oposición u obstrucción disimulada contra proyectos, órdenes, etc.

- | | |
|-------------|--------------|
| A) Perjurio | D) Afrenta |
| B) Agravio | E) Perjuicio |
| C) Sabotaje | |

ANALOGÍA

Elija la alternativa que mantiene una relación análoga con el par base escrito en mayúscula.

37. PAYASO : CIRCO ::

- | | | |
|--------------|---|-----------|
| A) comisaria | : | policía |
| B) chofer | : | conductor |
| C) juez | : | tribunal |
| D) matraz | : | químico |
| E) árbitro | : | tarjeta |

PRECISIÓN LÉXICA EN CONTEXTO

Elija la alternativa que, al sustituir la palabra subrayada, precise mejor el sentido del enunciado.

38. En ocasiones, los niños se arriesgan a cosas superiores a sus fuerzas.

- | | |
|----------------|----------------|
| A) necesidades | D) quehaceres |
| B) tareas | E) ocupaciones |
| C) labores | |

39. Según su médico de cabecera, el paciente tuvo una mejoría de salud.

- | | |
|--------------|------------|
| A) mostró | D) asumió |
| B) adquirió | E) exhibió |
| C) manifestó | |

40. Posterior a esa temporada de lluvia, en ese prado, había coposas malezas.

- | | |
|--------------|--------------|
| A) espigaban | D) aparecían |
| B) brotaban | E) afloraban |
| C) resurgían | |

41. Tu comportamiento está muy insolente: tendrás un castigo.

- | | |
|---------------|--------------|
| A) asumirás | D) padecerás |
| B) recibirás | E) sufrirás |
| C) percibirás | |

ANTONIMIA CONTEXTUAL

Elija la alternativa cuya palabra expresa lo contrario del término subrayado.

42. Cuando arribamos a este puerto, descendía la tempestad.
- A) continuaba D) subía
B) erguía E) proseguía
C) arreciaba
43. La fundamentación de las conclusiones del testista resultó evidente para el jurado.
- A) soterrada D) abstrusa
B) tangible E) asequible
C) insondable
44. El postulante quien se presentó a ese concurso, finalmente, fue vilipendiado.
- A) elogiado D) indultado
B) disculpado E) refutado
C) incluido
45. El bisoño filósofo es cauto ante situaciones adversas.
- A) perspicaz D) insolente
B) agudo E) temerario
C) intuitivo
46. Mi amigo se muestra últimamente como un dipsómano.
- A) cleptómano D) relajado
B) abstemio E) encubridor
C) maniático

CONECTORES LÓGICO-TEXTUALES

Elija la alternativa que, al sustituirse en los espacios en blanco, dé sentido coherente y preciso al texto.

47. Confío la formación de sus hijos a un hombre conocedor, _____, desafortunadamente, el tutor no conocía lo que era la virtud _____ el vicio.
- A) si bien - o
B) pero - ni
C) pues - y
D) ya que - o
E) entonces - si
48. _____ la moneda norteamericana sube, _____, los productos también incrementan su valor monetario; _____, la economía se vuelve inestable.
- A) Si - entonces - por consiguiente
B) Aunque - entonces - sin embargo
C) Puesto que - pero - por eso
D) Si bien - vale decir - aunque
E) Porque - ni - es decir

49. _____ la reventa de las entradas eran demasiado caras, tuvimos que comprarlas, _____ queríamos ingresar al espectáculo, _____ se presentaba nuestro grupo favorito.
- A) Si bien - entonces - y
B) Puesto que - vale decir - y
C) Debido a que - así - o sea
D) Si - esto es - desde luego
E) Aunque - ya que - pues
50. _____ sabes redactar con una coherencia semántica _____ cohesión gramatical; _____, no tendrás problemas para la elaboración del informe, _____ su estructura es relativamente simple.
- A) Puesto que - o - así - y
B) Si bien - ni - así - pues
C) Dado que - es decir - y - o
D) Si - y - entonces - ya que
E) Aunque - y - ergo - ni

INFORMACIÓN ELIMINADA

Elija la opción donde el enunciado no forma parte del tema desarrollado en el texto.

51. I. La palabra civilización nació a fines del siglo XVIII. II. Juan Bautista utilizó esta palabra en el sentido de "vida urbana". III. Civilizar fue originalmente reducir a la gente a las ciudades. IV. De acuerdo con Bautista, se entiende por civilización a la aplicación del conocimiento a la organización social. V. El concepto de civilización, actualmente, tiene connotaciones más pragmáticas.
- A) IV D) V
B) I E) III
C) II
52. I. Una especie de palmera que abunda en las zonas costeras tropicales es la palma cocotera o cocotero. II. Esta planta es originaria del sudeste de Asia, y sus frutos se venden habitualmente en nuestras fruterías. III. El tronco de esta planta alcanza los 30 m de altura, levemente inclinado, carece de ramas y está cubierto de cicatrices. IV. Los cosechadores para subir a la copa de las palmas se apoyan en la cicatrices. V. El cocotero es la primera fuente de grasas vegetales en todo el mundo, las cuales se extraen en forma de aceite.
- A) III D) V
B) I E) II
C) IV

INCLUSIÓN DE ENUNCIADO

Elija el enunciado que, al insertarse en el espacio dejado, cohesione adecuadamente el sentido global del texto.

59. I. _____. II. Este estilo descriptivo resultaba apropiado para la redacción científica. III. A menudo, las observaciones guardaban un simple orden cronológico. IV. De forma típica, un científico informaba: "primero vi esto y luego vi aquello", o bien: "primero hice esto y luego hice aquello". V. Ese estilo directo de informar se emplea aun hoy en las revistas a base de "cartas al editor" o en los informes médicos sobre casos clínicos.

- A) La descripción es el método más antiguo que se emplea en las ciencias.
- B) Las revistas tienen por objetivo dar a conocer los resultados de la ciencia.
- C) Las primeras revistas científicas tienen su origen en Francia e Inglaterra.
- D) Hace casi 300 años, surgieron las primeras revistas científicas en Europa.
- E) Las revistas científicas del siglo XVII solo publicaban artículos descriptivos.

60. I. Un día es el tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta completa alrededor de su eje. II. A causa de este movimiento, existen el día y la noche. III. El día se compone de 24 horas, el mismo número de husos horarios en que se ha dividido el planeta. IV. _____. V. Así, los distintos puntos dentro de cada uno de los husos tienen la misma hora.

- A) El meridiano de Greenwich es el punto de referencia para conocer qué hora es en el mundo.
- B) Cuando el reloj marca las 24 horas, se considera que empieza un nuevo día para la Tierra.
- C) La unidad básica de tiempo es el día estándar que, se supone, tiene la misma duración todo el año.
- D) La hora varía de huso en huso a partir de la distancia respecto al meridiano de Greenwich.
- E) Los husos regulan de forma práctica los cambios de hora en distintos lugares de la Tierra.

61. I. Arc es una proteína involucrada en la cognición y almacenamiento de recuerdos a largo plazo. II. Arc es una proteína de cientos de millones de años de antigüedad que está implicada en la memoria a largo plazo. III. Se sabe porque cuando a un ratón le falta esta proteína, puede aprender nuevas tareas, pero no recordarlas al día siguiente. IV. _____. V. No es posible adquirir los conocimientos y habilidades que se aprenden en los primeros momentos de la vida si en el cerebro falta la proteína Arc.

- A) El cerebro, además, carece de plasticidad cuando falta Arc.
- B) Las regiones del código genético son como las cápsidas virales.
- C) Esta proteína adopta la forma de un virus e incluso de un retrovirus.
- D) Los científicos nunca habían considerado esa forma de aprender.
- E) Varias copias de Arc se autoensamblaban en cápsidas igual que virus.

62. I. Según *Nature Communications*, la acción conjunta del viento y de la luz explican cómo ha surgido la forma de los árboles a lo largo de la evolución. II. Se ha descubierto este hecho a través de un modelo original que simula la evolución de un bosque durante más de 200000 años. III. _____. IV. En el modelo, la luz y el viento seleccionan formas fractales cuya invariancia de escala es similar a la observada por ecólogos forestales sobre los árboles reales. V. Por esa razón, ajustan su crecimiento en respuesta al viento y sufren las inclemencias del tiempo que pueden partir sus ramas.

- A) Un modelo informático simula la evolución de un bosque durante más de 200000 años.
- B) La luz y el viento son los factores determinantes en la formación de los árboles.
- C) Las leyes que describen la forma de los árboles son la respuesta por la percepción de la luz.
- D) El trabajo es obra de un grupo interdisciplinar de investigadores ecofisiologistas.
- E) En este modelo, se aprecia cómo los árboles compiten entre sí por el acceso a la luz.

63. I. La plasticidad sináptica emerge del funcionamiento de las neuronas cuando establecen comunicación entre sí, y modula la percepción de los estímulos del medio. II. Pese a conocerse que la plasticidad sináptica ostenta una gran influencia sobre el funcionamiento cognitivo, el grado de comprensión sobre la relación entre la organización sináptica real y las diferencias individuales en lo que atañe al aprendizaje y la memoria, sigue siendo inadecuado. III. Para profundizar en este tema, un grupo de científicos ha desarrollado un ejercicio de discriminación visual para analizar la correlación entre la densidad de complejos sinápticos del cerebro de abejorros. IV. El equipo descubrió que los abejorros con una mayor densidad de microglomérulos realizan mejor las actividades de discriminación visual y recuerdan en mayor medida las tareas aprendidas. V. _____.

- A) Cinco de estas flores contenían agua azucarada apetitosa para los abejorros, mientras que las otras cinco tenían una solución de quinina de sabor amargo.
- B) Tras dos días, se efectuó una prueba para determinar la eficacia con la que los abejorros recordaban qué colores ofrecían la recompensa.
- C) Esta explicación fue alcanzada tras el entrenamiento de abejorros para que diferencien entre diez tipos de flores artificiales de colores distintos.
- D) Los abejorros hicieron gala de una mejor memoria dos días después de ser entrenados, lo que sugiere que los cambios ayudan a la adquisición de la memoria visual.
- E) La inclusión de un paradigma de aprendizaje permitió a los investigadores profundizar en estudios previos de discriminación visual que empleaban solo dos colores.

COHERENCIA Y COHESIÓN TEXTUAL

Elija el orden correcto que deben seguir los enunciados para que el texto resulte coherente y cohesivo.

64. I. Los Aka, por el contrario, valoran más la autonomía individual, la colaboración y la igualdad, por lo que son propensos a intervenir en el comportamiento de otros. II. Los que enseñan y cómo lo enseñan estas personas ofrece una nueva visión de lo que somos y también de cómo podríamos enseñar y aprender mejor. III. Los Aka son uno de los últimos pueblos cazadores-recolectores del mundo que habitan en África. IV. Los Aka, desde luego, no son los padres sobreprotectores que se estremezcan ante la

idea de dar objetos afiliados a cualquier niño de temprana edad. V. Un novedoso estudio sobre los Aka apunta a que la enseñanza forma parte del genoma humano.

- A) III - V - II - IV - I
- B) I - V - II - IV - III
- C) IV - V - I - III - II
- D) II - I - V - III - IV
- E) V - IV - III - I - II

65. I. Los movimientos de la lengua son capturados con la ayuda de una sonda ecográfica. II. Se trata de una ecografía lingual aumentada. III. Esta sonda ecográfica, situada debajo de la mandíbula, permite pilotar una especie de "cabeza parlante articuladora". IV. Esta ecografía, además de mostrar el rostro y los labios, hace aparecer la lengua, el paladar y los dientes ocultos en el interior de la boca. V. Investigadores franceses han desarrollado un sistema que permite visualizar los movimientos de nuestra lengua.

- A) II - I - IV - III - V
- B) III - II - I - V - IV
- C) IV - III - II - V - I
- D) V - II - IV - I - III
- E) I - V - IV - III - II

66. I. Los ciliados, por otra parte, son el grupo más evolucionado de protozoos en comparación con los primeros. II. Los protozoos aparecieron en una época muy temprana de la historia de los seres vivos. III. Algunos de estos esporozoos son inofensivos y otros, causantes de enfermedades tan graves como la malaria. IV. Los protozoos son animales casi microscópicos que poseen una sola célula o una colonia de células iguales entre sí. V. De estos protozoos, los llamados esporozoos abarcan numerosas especies parásitas.

- A) III - V - IV - I - II
- B) II - V - I - IV - III
- C) I - III - V - IV - II
- D) II - V - I - III - IV
- E) IV - II - V - III - I

67. I. Este concepto propone que toda la riqueza lingüística se puede mantener en un museo o archivo. II. Dicha visión comparte una óptica museística de su propia lengua. III. El sentido de revitalización lingüística representa, lamentablemente, movimientos e intereses del Estado y la empresa privada. IV. La principal razón de esa idea es que aunque los hablantes dejen de existir, la diversidad se puede mantener intacta y resguardada. V. Detrás de este sentido malintencionado de la revitalización, hay una visión mistificadora, concretamente de sus hablantes.

- A) III - V - II - I - IV
- B) V - II - I - IV - III
- C) III - V - I - II - IV
- D) V - III - II - I - IV
- E) III - I - II - IV - V

68. I. Un equipo internacional de científicos ahora ha vuelto a investigar la evolución del oxígeno en los océanos. II. Esta desaparición representa una amenaza para la vida marina, según un estudio internacional con la participación de científicos del Geomar. III. Esta nueva investigación busca, por primera vez, conocer las causas y consecuencias, así como posibles soluciones para la pérdida de oxígeno en todo el mundo, tanto en mar abierto como en aguas costeras. IV. Aproximadamente hace un año, los oceanógrafos publicaron un estudio que ilustró que el océano había perdido el dos por ciento de su oxígeno global en los últimos 50 años. V. El oxígeno está desapareciendo de los océanos en proporciones cada vez más importantes.

- A) II - III - IV - V - I D) V - II - IV - I - III
 B) III - IV - I - V - II E) I - IV - II - III - V
 C) II - III - V - I - IV

COMPRENSIÓN DE LECTURA

Después de una lectura atenta, responda las preguntas que se formulan al pie del texto.

Texto 1

Según los antropólogos de la comunicación, mentimos todos los días de nuestra vida, desde que somos bebés recién nacidos y aún no poseemos siquiera lenguaje articulado, hasta la ancianidad. Los psicólogos aseguran que mentimos sin cesar incluso a nosotros mismos. Ante una práctica humana tan generalizada, sería comprensible entender la mentira, el engaño y la simulación como actividades comunicativas de adaptación a los complejos retos de la vida social, profesional y personal. Por ejemplo, cuando se manifiesta una discrepancia entre el comportamiento verbal (controlable racionalmente) y el no verbal (irracional, orgánico) estamos ante un indicio de ocultación. De la misma manera, el rodeo verbal ceremonioso que enmarca una declaración, indica que vamos a escuchar un discurso "preparado" de justificación. También, si se presenta una discrepancia entre la emoción adecuada a lo que se dice (indignación ante unas acusaciones falsas) y la entonación de la voz (firme, contenida, autocontrolada), es un indicio de simulación.

69. El texto se refiere, principalmente,

- A) al estudio psicológico de la mentira como parte del fenómeno del autoengaño.
 B) al hecho de que los seres humanos solo sabemos mentir en todo momento.
 C) a la antropología de la comunicación y su impacto en el estudio del ser humano.
 D) a los indicios de simulación identificados solo en la comunicación verbal.
 E) al uso de la mentira y la simulación como mecanismos de adaptación humana.

Texto 2

Cuando oímos acerca de un macho alfa, a menudo, evocamos la imagen del padre que deja claro en todo momento que tiene el control total de su hogar y que, lejos de su guarida, se convierte en un jefe malhumorado y agresivo. Pero ese estereotipo es una mala interpretación de cómo se comporta el genuino macho alfa en una familia de lobos, que es un modelo de conducta masculina ejemplar. La principal característica de un lobo macho alfa es una discreta confianza y seguridad en sí mismo. Sabe lo que tiene que hacer, sabe lo que más conviene a su manada. Da ejemplo. Se siente a gusto. Ejerce un efecto tranquilizador. Si uno observa a los lobos, no solo con toda su belleza, su flexibilidad y su capacidad de adaptación, sino también con su violencia a la hora de defenderse y de cazar, es difícil evitar la conclusión de que no existen dos especies más parecidas que los lobos y los humanos. Por ello, a nuestro estereotipo del macho alfa no le vendría mal una corrección. Los verdaderos lobos nos pueden enseñar varias cosas: a gruñir menos, tener más "discreta confianza", dar ejemplo, mostrar una fiel devoción al cuidado y la defensa de las familias, respetar a las hembras, compartir sin problemas la crianza. En eso consistiría ser un verdadero macho alfa.

70. El texto se refiere, principalmente,

- A) al modo cómo hemos venido aprendiendo últimamente de la vida de los lobos.
 B) a la comparación del verdadero macho alfa con un ser agresivo y dominante.
 C) a la enseñanza de los padres de familia como modelos de conducta masculina.
 D) al nuevo sentido de lo que significa ser un macho alfa en lobos y humanos.
 E) a la apreciación de la belleza de la vida silvestre, en particular de los lobos.

71. Si los lobos machos fueran, principalmente, agresivos y descuidaran a sus familias y, en particular a las hembras; entonces, probablemente

- A) tendrían graves problemas para la reproducción de su especie.
 B) los machos humanos serían el prototipo de conducta ejemplar.
 C) se requeriría de otro modelo de conducta como macho alfa.
 D) tendería a desaparecer la imagen clásica de un macho alfa.
 E) la autoconfianza y la seguridad en sí mismo se verían fortalecidas.

Texto 3

La ciencia debe mucho a los pinzones de las islas Galápagos. Esos pájaros que habían llegado del continente sudamericano como una sola especie y se habían diversificado después en cada isla hasta generar más de una docena de ellas encendieron la luz en la mente de Darwin: las especies eran inestables y podían brotar como ramas desde un tronco común. Los evolucionistas siguen estudiando las islas Galápagos, porque no solo los pinzones de Darwin siguen allí, sino también los mecanismos evolutivos que los crearon. El gen HMGA2 es el más importante entre los que determinan el tamaño del pico de los pinzones. Junto al gen ALX1, que es el gran diseñador de la forma del pico, forman la pareja genética que inspiró a Darwin. Las observaciones originales de Darwin se beneficiaron de dos millones de años de evolución: los que habían pasado desde que la especie original de pinzón llegó a las islas Galápagos desde las costas pacíficas de Suramérica. Fue el propio Darwin quien postuló ese mecanismo evolutivo hace casi dos siglos, y los datos genómicos suponen ahora una confirmación espectacular de su intuición. El HMGA2, por cierto, es también un gen importante de la estatura humana.

72. Uno de los siguientes enunciados resulta incompatible con lo aseverado en el texto.
- A) Existen más de doce especies diferentes de pinzones identificadas en las islas Galápagos.
 - B) Los mecanismos de la evolución fueron descubiertos por Darwin hace casi dos siglos.
 - C) El gen determinante del tamaño del pico del pinzón explica también la estatura humana.
 - D) Darwin ha sido el único investigador de los mecanismos evolutivos en las islas Galápagos.
 - E) La especie original del pinzón emigró de América del Sur hacia las islas Galápagos.
73. Si la ciencia genética actual no hubiera confirmado las ideas evolutivas planteadas originalmente por Darwin, entonces, probablemente,
- A) la teoría de la evolución no habría pasado del nivel intuitivo.
 - B) habrían aparecido nuevas teorías con mayor poder explicativo.
 - C) se habría abandonado todo interés por estudiar a los pinzones.
 - D) sería muy difícil seguir sosteniendo la idea misma de la evolución.
 - E) algunos naturalistas habrían inventado nuevos mecanismos evolutivos.

Texto 4

Hay una idea sobre la religión que puede incomodar tanto a ateos como a creyentes. Su universalidad hace pensar que está inscrita en el cerebro humano gracias a la selección natural, porque cumple alguna función que ayudó a los creyentes a sobrevivir. Desde el punto de vista individual, la religión tiene una utilidad como herramienta para hacer frente a la incertidumbre de la vida diaria. Algunos estudios sugieren que la existencia de un orden supremo y la posibilidad de incluir en él a través de ritos sirve para reducir el estrés que genera no saber qué sucederá en el futuro. En las sociedades del paleolítico, probablemente igualitarias y sin sistemas para imponer el orden por la fuerza a la manera de los Estados modernos, la religión habría servido para fortalecer los vínculos entre los individuos de la tribu y controlar los impulsos egoístas por miedo al castigo divino. Sin embargo, el instinto de desconfiar de las personas que no consideramos de nuestro grupo se ha azuzado durante milenios para enfrentar a unos humanos contra otros con los más diversos intereses y, en esa tarea, la religión, tan eficaz para unir, también lo ha sido para separar.

74. El texto se refiere, principalmente,
- A) al rol que cumplió la religión en las sociedades igualitarias del paleolítico.
 - B) a la influencia de los ritos en el control y eliminación del miedo al futuro.
 - C) a las distintas funciones de la religión en la evolución de la humanidad.
 - D) a las diferencias que existen entre las opiniones de creyentes y ateos.
 - E) al carácter histórico y universal de la idea de un ser supremo castigador.
75. Del texto se infiere que, si en el paleolítico hubiera existido un sistema para imponer el orden por la fuerza, entonces, probablemente,
- A) la forma en que las comunidades humanas evolucionaron sería la misma.
 - B) muchas aldeas habrían reaccionado de una forma mucho más violenta.
 - C) el egoísmo habría sido la conducta dominante en las nuevas generaciones.
 - D) la religión no habría sido la única forma de unir a los miembros de una tribu.
 - E) sería imposible demostrar que la idea de religión está impresa en el cerebro.

HUMANIDADES

COMUNICACIÓN Y LENGUA

76. Elija la alternativa que presenta uso inadecuado del numeral.
- A) Será su vigesimotercera presentación del año.
 - B) Es la décima quinta vez que me comenta eso.
 - C) Quiere la catorceava parte de toda la ganancia.
 - D) Ocupó el treceavo lugar en aquella gran carrera.
 - E) Redactaron veintitrés ensayos en una semana.
77. Elija la alternativa que presenta una puntuación incorrecta.
- A) El fiscal provincial, si bien no declaró a la prensa, conoce el caso.
 - B) Cuando cesó el ventarrón, los bomberos continuaron con la búsqueda de los mineros.
 - C) Nicolás compró galletas, chocolates, helados, y se fue al parque con Fabiana.
 - D) Los arquitectos, como era de esperar, cuestionaron la gestión del alcalde.
 - E) Los estudiantes trajeron: afiches, maquetas y sus informes de laboratorio.
78. Señale la alternativa donde el uso de la expresión de que es correcta.
- A) Le dije de que estoy harto de sus mentiras.
 - B) Tengo la seguridad de que impondrán multas.
 - C) Me encargaron de que te alcance esta nota.
 - D) Te aviso de que le voy a informar a tu padre.
 - E) Me consta de que la comisión trató el tema.

LITERATURA

79. En relación a la obra de Garcilaso de La Vega.
- I. Es parte de su obra la Égloga I. *El dulce lamentar de dos pastores*
 - II. Escribió el poema místico *Noches oscuras de alma*
 - III. Escribió la Oda *Vida Retirada*
- Indique la alternativa correcta.
- A) Solo I
 - B) Solo II
 - C) Solo III
 - D) I y II
 - E) II y III

80. Cuando el Maestro Yoda dice "la muerte una parte natural de la vida es", dicha frase es
- A) un latinazgo.
 - B) una hipérbole.
 - C) un hipérbaton.
 - D) un aforismo.
 - E) una metáfora.

HISTORIA DEL PERU Y DEL MUNDO

81. Dadas las siguientes proposiciones sobre la organización política y social del Tahuantinsuyo.
- I. El Imperio del Tahuantinsuyo se caracterizó por su homogeneidad socio cultural.
 - II. Cada suyo estaba dividido en provincias, cuyos límites a menudo coincidían con las fronteras étnico-políticas preincaicas.
 - III. El núcleo social básico andino era el ayllu, donde la autoridad era ejercida por un curaca o cacique.

Son correctas:

- A) Solo I
 - B) Solo II
 - C) Solo III
 - D) I y III
 - E) II y III
82. La cita que se presenta a continuación: "España nos quiso por nuestros metales preciosos e Inglaterra nos prefirió por el guano o el salitre", pertenece a
- A) Ramón Castilla.
 - B) José Antonio de Lavalle.
 - C) José Carlos Mariátegui.
 - D) Mariano Ignacio Prado.
 - E) Andrés Bello.
83. La época de la Ilustración implicaba una actitud y un método de pensamiento. Dadas las siguientes proposiciones
- I. Los pensadores de la Ilustración sostenían que la razón humana podía combatir la ignorancia, la superstición, y la tiranía, y construir un mundo mejor.
 - II. La época recibió el impacto intelectual causado por la exposición de la teoría de la gravitación universal de Isaac Newton.
 - III. De acuerdo con el filósofo Immanuel Kant, surgió un deseo de reexaminar y cuestionar las ideas y los valores establecidos.

Indique la alternativa correcta.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) I y II
- E) I, II y III

84. Indique lo correcto sobre las causas de la Revolución Rusa.

- I. La aguda crisis económica en Rusia y especialmente la falta de alimentos para la población.
- II. Las constantes derrotas de los ejércitos rusos frente a Alemania durante la Primera Guerra Mundial.
- III. La agitación política promovida por socialdemócratas y social revolucionarios en las fábricas y en el campo, respectivamente.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) I y II
- E) I, II y III

GEOGRAFÍA Y DESARROLLO NACIONAL

85. En relación a los problemas ambientales, ¿cuál es el objetivo del protocolo de Kioto?

- A) Combatir el uso de pesticidas.
- B) Protección del medio ambiente marino.
- C) Combatir la emisión de dioxinas.
- D) Combatir el calentamiento global
- E) La protección de la capa de ozono.

86. La participación ciudadana es valiosa para la toma de decisiones en una sociedad democrática. Señale el concepto por el cual los ciudadanos o un órgano del Estado pueden solicitar una votación para aprobar algún asunto trascendente.

- A) Iniciativa legislativa
- B) Referéndum
- C) Iniciativa de reforma constitucional
- D) Cabildo abierto
- E) Revocatoria

87. Dadas las siguientes proposiciones en relación a indicadores demográficos:

- I. La población relativa tiene en cuenta el área en km^2 .
- II. La tasa de natalidad se expresa en porcentaje.
- III. Cajamarca es una de las regiones con mayor población urbana.

La alternativa correcta es:

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) I y II
- D) II y III
- E) I, II y III

ECONOMÍA

88. A continuación se enumeran una serie de características que corresponden a una

ESTANFLACIÓN, excepto en un caso. Indique cuál de las siguientes alternativas corresponde a esta excepción.

- A) Incremento del desempleo.
- B) Caída del nivel de producción de la economía.
- C) Disminución del nivel de ingreso.
- D) Disminución del nivel de precios.
- E) Disminución de la recaudación fiscal.

89. Un precio menor al de equilibrio, genera inmediatamente

- A) una reducción del precio.
- B) una disminución de la cantidad demandada.
- C) un exceso de demanda.
- D) un incremento de la cantidad ofrecida.
- E) un exceso de oferta.

INGLÈS

90. ¿Cuál de las alternativas debe insertarse en el espacio subrayado, para que la oración esté correctamente expresada?

_____ . *Could you open the window, please?*

- A) I have hot
- B) I has hot
- C) I hot
- D) I am hot
- E) I do hot

91. Indique la alternativa que debe insertarse en el espacio subrayado, para hacer uso correcto del tiempo pasado.

A: *Where _____ ?*
B: *In Lima*

- A) were you born
- B) be you born
- C) are you born
- D) have you been born
- E) did you born

92. Relacionando ambas columnas.

- I. Cups are usually made from this. a. leather
- II. A natural material that comes from trees. b. glass
- III. Your shoes may be made from this material. c. wood

Indique la alternativa correcta.

- A) I a, II b, III c
- B) I a, II c, III b
- C) I b, II a, III c
- D) I b, II c, III a
- E) I c, II a, III b

93. Marque la alternativa correcta que debe insertarse en el siguiente espacio para dar sentido adecuado a la oración.

The water _____ . Could you turn it off?

- A) is boiling D) boiled
B) boils E) are boiling
C) boil

FILOSOFÍA

94. La proposición que contiene la solución tentativa a un problema es

- A) enunciado. D) postulado.
B) sentencia. E) hipótesis.
C) evidencia.

95. Rousseau afirmó que al surgir la propiedad privada se perdió la comunidad de intereses y el ser humano se corrompió, por lo tanto, en su Contrato Social propuso:

- I. Construir un Estado justo sin desigualdades.
II. Que los individuos se sometan libremente a la "voluntad general".
III. Que cada individuo busque por sí mismo la felicidad.

Son correctas:

- A) I, II y III D) Solo I
B) I y II E) Solo II
C) I y III

LÓGICA

96. Corresponde a la proposición "*Los planetas giran alrededor del Sol si y sólo si el Sol es el centro del Sistema Solar*"

- A) Negación D) Condicional
B) Bicondicional E) Conjunción
C) Disyunción

PSICOLOGÍA

97. El mecanismo de defensa que consiste en justificar las acciones, fracasos, torpezas o conflictos planteando razones socialmente aceptadas, se denomina

- A) Regresión.
B) Desplazamiento.
C) Proyección.
D) Negación.
E) Racionalización.

ACTUALIDAD

98. En relación a los lamentables acontecimientos de corrupción de funcionarios en nuestro país, se enumeran las siguientes afirmaciones:

- I. Se realizará un referéndum para establecer la pena de muerte para corruptos.
II. Se ha propuesto la reforma del Consejo Nacional de la Magistratura.
III. Ha renunciado el Presidente del Tribunal Constitucional.

Indique la alternativa correcta.

- A) Solo I D) II y III
B) Solo II E) I, II y III
C) I y II

99. Dadas las siguientes afirmaciones relacionadas a los últimos hechos de la actualidad nacional y mundial:

- I. Los delitos de violación sexual y de corrupción grave no prescribirán en el Perú.
II. El gobierno de Sebastián Piñera ha promulgado una ley de eliminación y/o reducción del uso de bolsas plásticas en su país.
III. Los indicios de corrupción vinculados al presidente de la Federación Peruana de Fútbol dificultan la continuidad del director técnico de la selección peruana.

Marque la alternativa correcta.

- A) Solo I D) II y III
B) Solo II E) I, II y III
C) I y II

100. En los últimos meses, el país cuyo gobierno ha sido señalado de cometer graves actos de violación de derechos humanos y de coaccionar libertades fundamentales, es

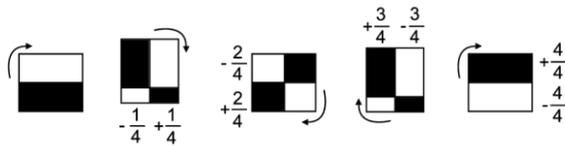
- A) Bolivia. D) Panamá.
B) México. E) Brasil.
C) Nicaragua.

SOLUCIÓN

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

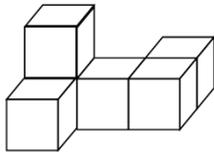
01.

La figura gira 90° en sentido horario y en cada giro la franja negra pasa $1/4$ de área negra a la franja blanca, en el mismo nivel. La figura que continúa corresponde a la alternativa C.



Respuesta: C

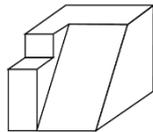
02.



El cubo sólido requerido debe tener: $3.3.3 = 27$
Se tiene 6 cubitos. Faltan 21 cubitos.

Respuesta: E

03.



De la figura se concluye:

La vista desde el frente corresponde a la alternativa I.



La vista desde el costado derecho, corresponde a la alternativa III.

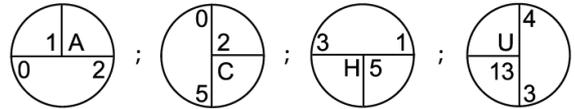


La vista desde arriba corresponde a la alternativa V.



Respuesta: E

04.



El esquema interior del círculo rota 90° en sentido horario. El orden, en el abecedario de las letras usadas en la sucesión es $A = 1; C = 3; H = 8$.

Cada dígito de la suma de los números de los dos cuadrantes se escribe en los extremos del diámetro del semicírculo, manteniendo el orden en la rotación. Así:

$$1+A=1+1=02 \text{ con } A=1; \\ 1+2=3$$

y la suma: 0 a la izquierda del diámetro y 2 a la derecha.

$$02+C=02+3=05 \text{ con } C=3; \\ 3+5=8$$

y la suma: 0 arriba del diámetro y 5 abajo

$$05+H=05+8=13 \text{ con } H=8; \\ 8+13=21$$

y la suma: 1 a la izquierda del diámetro y 3 a la derecha.

$$13+U=13+21=34 \text{ con } U=21;$$

y la suma: 3 abajo del diámetro y 4 arriba
Se obtiene la alternativa A

Respuesta: A

05.

Abecedario cíclico con las claves indicadas:

$Z_A, A_Z, B_E, C_E, D_E, E_D, F_I, G_I, H_I, I_H, J_O, K_O, L_O, M_O, N_O, O_N$

$P_U, Q_U, R_U, S_U, T_U, U_T, V_A, W_A, X_A, Y_A, Z_A, A_Z$

La clave que corresponde a la palabra LIMA será OHOZ

Respuesta: A

06.

Equivalencias proposicionales de: $(p \rightarrow q) \rightarrow r$

$$(p \rightarrow q) \rightarrow r \equiv \sim(\sim p \vee q) \vee r \equiv (p \wedge \sim q) \vee r$$

Respuesta: B

07.

Si las afirmaciones son verdaderas, los sospechosos H, K y T no recibieron coimas.

Quién recibió coimas fue el sospechoso A

Respuesta: B

08.

Posibilidades que dos fichas sumen 7:

8	7	6	5	4	(cinco extracciones)
		1	2	3	(seis o más extracciones)

Si se extraen 5 fichas no hay seguridad que 2 fichas sumen 7, pero en la sexta extracción con seguridad 2 fichas suman 7.

Respuesta: E

09.

$$\begin{aligned} [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge p] \rightarrow (q \wedge r) &\equiv \\ \sim [(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee r) \wedge p] \vee (q \wedge r) &\equiv \\ [(p \wedge \sim q) \vee \underbrace{(q \wedge \sim r)}_1 \vee \sim p \vee \underbrace{(q \wedge r)}_2] &\equiv \end{aligned}$$

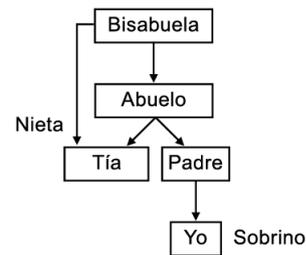
Como

$$\begin{aligned} \underbrace{[(q \wedge \sim r) \vee (q \wedge r)]}_1 &\equiv q \\ [(p \wedge \sim q) \vee q \vee \sim p] &\equiv (p \wedge \sim q) \vee \sim (p \wedge \sim q) \equiv V \end{aligned}$$

Respuesta: D

10.

Siguiendo las indicaciones del enunciado:



Respuesta: A

11.

p: El número 2 es impar; FALSO pues el número 2 es par.

q: $\forall x \in \mathfrak{R}, \frac{x^2-1}{x-1} = x+1$; FALSO pues la ecuación no acepta $x=1$.

r: $\exists x \in \mathbb{Z}^+ / x^2 + 2x - 15 = 0$; VERDADERO pues $x=3$ satisface la ecuación.

En efecto, al resolver la ecuación cuadrática $x^2 + 2x - 15 = 0$ se obtiene $x=3; x=-5$

Respuesta: E

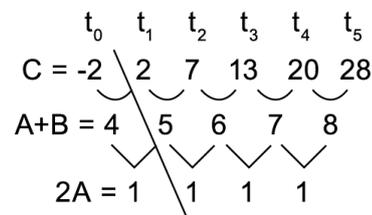
12.

$$2, 2, 6, 12, 30, 72; \quad \underbrace{x=182}_{1^2+1 \quad 1^2+1 \quad 2^2+2 \quad 3^2+3 \quad 5^2+5 \quad 8^2+8 \quad 13^2+13}$$

Sucesión basada en la serie de Fibonacci.

Respuesta: E

13.



Función cuadrática:

$An^2 + Bn + C$ donde $A=1/2; B=7/2; C=-2$

Producto de los coeficientes de la función cuadrática: $-7/2$

Respuesta: A

14. En una progresión aritmética se cumple $a_n = a_{n-1} + r$. En la progresión dada se tiene:

$$a_1, a_2, 2, a_4, 3, a_6$$

$\quad \quad \quad +r \quad \quad +r$

De la ecuación $2 + 2r = 3$ se obtiene la razón aritmética: $r = 1/2$

Si consideramos que el primer término es 2, se debe hallar el término 39:

$$2 + 38\left(\frac{1}{2}\right) = 21$$

Respuesta: D

15.

45	X	0
87	56	30
79	63	Y

Regla de construcción:

Fila 1: $4 \times 5 = 20$; $2 \times 0 = 0$

Fila 2: $8 \times 7 = 56$; $5 \times 6 = 30$

Fila 3: $7 \times 9 = 63$; $6 \times 3 = 18$

$$\therefore X = 20 ; Y = 18$$

Respuesta: D

16.

De la serie:

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 99 & 192 & 284 & 379 & & \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \\ +98 & +93 & +92 & +95 & & & \\ \hline 9-8=1 & 9-3=6 & 9-2=7 & 9-5=4 & & & \end{array}$$

Regla de construcción:

$$100 - 1 = 99$$

$$200 - 2 = 198 ; 198 - (6) = 192$$

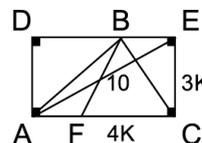
$$300 - 3 = 297 ; 297 - (6 + 7) = 284$$

$$400 - 4 = 396 ; 396 - (6 + 7 + 4) = 379$$

$$500 - 5 = 495 ; 495 - (6 + 7 + 4 + 1) = 477$$

Respuesta: D

17.



Usando la información I) y los datos se obtiene:

$$10^2 = (4k)^2 + (3k)^2 \rightarrow k = 2$$

$$\text{Area}_{ABC} = \frac{(4k)(3k)}{2} = \frac{48}{2} = 24u^2$$

Usando la información II):

Cuatro fracciones homogéneas con denominador igual a 4 y los numeradores están en progresión aritmética de razón 2:

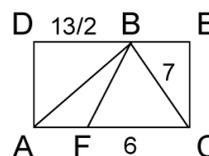
$$\frac{a}{4}; \frac{a+2}{4}; \frac{a+4}{4}; \frac{a+6}{4}$$

$2r \quad \overline{FC} \quad \overline{DB} \quad \overline{BC}$

Suma de los numeradores:

$$a + a + 2 + a + 4 + a + 6 = 100 \rightarrow a = 22$$

Sustituyendo $a = 22$ en cada fracción se tiene:



$$r = \frac{11}{4}; FC = 6; DB = \frac{13}{2}; BC = 7$$

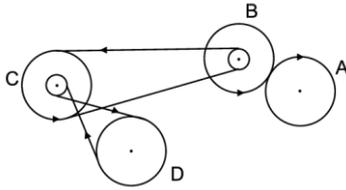
Si se considera, además, el dato $\overline{AB} + \overline{AD} = 13u$ y se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo ADB , se obtiene \overline{AD} . Luego se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo BCE y se obtiene \overline{BE} .

El triángulo ABC tiene base $(\frac{13}{2} + \overline{BE})$ y altura \overline{AD} y con ello se obtiene el área.

∴ Cada información por separado es suficiente.

Respuesta: D

18.



La información I no indica el sentido.

Por la información II A rota en sentido horario y hace que B rote en sentido antihorario al igual que C y este hace que el disco D rote en sentido horario.

∴ La información II. Es suficiente.

Respuesta: B

19.

De los datos del problema se infiere:

$a, b \in \mathbb{N} / a < b \rightarrow aba$ y bab son números capicúas $/ a+b < 9$

De la información I los lados del triángulo que cumple las condiciones del problema miden: 3, 4 y 5.

Con estos 3 dígitos se pueden construir los números: 343; 434; 353; 535; 454, 545.

Por la información II se elige los números 343 y 434 cuya suma es múltiplo de 7.

∴ Es necesario utilizar ambas informaciones para hallar $a=3$ y $b=4$

Respuesta: C

20.

Si se desea conocer si $x > 3$ donde $x \in \mathfrak{R}$

De la información I

$$x + x^2 = 20 \rightarrow (x-4)(x+5) = 0 \rightarrow x = 4 \vee x = -5$$

De la información II

$$x^2 > 9 \rightarrow |x| > 3 \rightarrow x > 3 \vee x < -3$$

Usando I y II juntas,

$$x^2 = 20 - x > 9 \rightarrow x < 11$$

∴ La información brindada es insuficiente.

Respuesta: E

21.

Se tiene

$$N_1; N_2 \in \mathbb{N} / (N_1)(N_2) = 80\,000$$

Información I

$$\underbrace{MCM(N_1; N_2)}_a = 8 * \underbrace{MCD(N_1; N_2)}_b \rightarrow ab = 8b^2 \dots (1)$$

Por teorema:

$$\underbrace{MCM(N_1; N_2)}_a * \underbrace{MCD(N_1; N_2)}_b = (N_1)(N_2) = 80\,000$$

$$\rightarrow ab = 80\,000 \dots (2)$$

De (1) y (2) se tiene:

$$8b^2 = 80\,000 \rightarrow b = 100 \text{ y } a = 800$$

$$\frac{N_1}{100} = k_1 \text{ y } \frac{N_2}{100} = k_2$$

$$\rightarrow (100k_1)(100k_2) = 80\,000 \rightarrow (k_1)(k_2) = 8$$

Cumple para

$$k_1 = 1 \text{ y } k_2 = 8 \rightarrow N_1 = 100 \text{ y } N_2 = 800$$

Información II

$$\underbrace{MCM(N_1; N_2)}_a + \underbrace{MCD(N_1; N_2)}_b = 900 \equiv a + b = 900 \dots (3)$$

De dato del problema

$$(N_1)(N_2) = 80\,000 = ab \dots (4)$$

Usando (1) y (2) se obtiene $b=100$ y $a=800$ y los números naturales requeridos.

Respuesta: D

22.

Información I

Si $P_{(x)}$ es creciente, ordenado e independiente de $n \in \mathbb{N}$ no se puede determinar el número de términos de $P_{(x)}$.

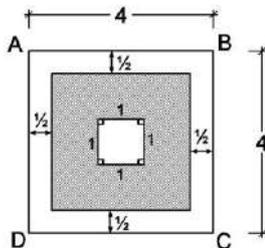
Información II

Si $P_{(x)}$ es completo, el primer término será de grado cero, el segundo de grado 1 y así sucesivamente, entonces sí se puede determinar el número de términos.

∴ La información II es suficiente.

Respuesta: B

23.



De los datos de la figura:

$$\text{Área del cuadrado } ABCD = 16u^2$$

$$\text{Área de la región sombreada} = 3^2 - 1^2 = 8u^2$$

∴ El área de la región sombreada es la mitad del área del cuadrado ABCD.

Respuesta: C

24.

El número palíndromo será de la forma:

$1\ 000 < \overline{abba} < 10\ 000$, además \overline{abba} es múltiplo de 6 entonces es múltiplo de 2 y 3.

Si es múltiplo de 2 el dígito a es par.

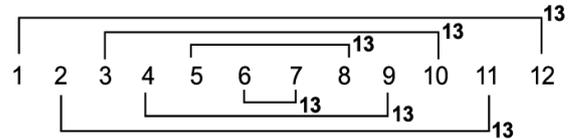
Si es múltiplo de 3 la suma a+b es múltiplo de 3.

a	2	2	2	4	4	4	6	6	6	6	8	8	8
b	1	4	7	2	5	8	0	3	6	9	1	4	7
b	1	4	7	2	5	8	0	3	6	9	1	4	7
a	2	2	2	4	4	4	6	6	6	6	8	8	8
N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Respuesta: B

25.

La suma de cada par de números como se muestra en la figura es 13



Si se escribe en cada fila o columna dos pares de estos números, la suma será 26, y tendrá el siguiente ordenamiento:

1	10	4	11	→ 26
6			8	
7			5	
12	3	9	2	→ 26
				↓ 26
				↓ 26

Respuesta: C

26.

Al lanzar un dado se tiene 6 posibilidades. Al lanzar dos dados juntos se esperan 36 posibilidades, entre las cuales se encuentran seis resultados iguales: (1,1); (2,2), (3,3), (4,4), (5,5) y (6,6).

∴ Se encuentran 30 maneras de resultados diferentes.

Respuesta: D

27.

Se tiene:

$$A = \{2x : x \text{ es un número primo}\} = \{4, 6, 10, 14, 22, 26, \dots\}$$

Se desea:

$$B = \{x \in \mathbb{Z} : (x \leq 10) \Leftrightarrow (x \in A : 3x < 30)\}$$

Si $p : x \leq 10$ y $q : x < 10$ entonces

$$p \Leftrightarrow q \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$$

$$(\sim p \wedge \sim q) = (x > 10) \wedge (x \geq 10) = x > 10 \dots (1)$$

$$(p \wedge q) = (x \leq 10) \wedge (x < 10) = x < 10 \rightarrow x = 4 \vee x = 6 \dots (2)$$

$$\therefore B = \{x \in \mathbb{Z} : x = 4 \vee x = 6 \vee x > 10\}$$

Respuesta: E

28.

De acuerdo a la fórmula:

$F_{(ma+nb)} = mF_{(a)} + nF_{(b)}$ y usando $F_{(1)} = 1$ se obtienen:

$$F(2) = F(1+1) = F(1) + F(1) = 1 + 1 = 2 \rightarrow F(2) = 2$$

$$F(3) = F(1+2) = F(1) + F(2) = 1 + 1 = 3 \rightarrow F(3) = 3$$

$$F(4) = F(1+3) = F(1) + F(3) = 1 + 3 = 4 \rightarrow F(4) = 4$$

$$\dots F(k) = k$$

El valor de

$$S = \frac{1!}{3!} + \frac{2!}{4!} + \dots + \frac{18!}{20!} = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{19 \cdot 20} = \frac{9}{20}$$

Respuesta: C

29.

$$\textcircled{x} = x + 1 \quad \text{y} \quad \triangle x = 2x + 1$$

Usando la definición de los operadores:

$$\textcircled{\triangle 5} = 14 \quad \triangle \textcircled{1} = 9$$

La diferencia $14 - 9 = 5$

Respuesta: B

30.

*	3	4	5
3	4	5	3
4	5	3	4
5	3	4	5

Por definición del operador *, el elemento neutro es 5. Se busca un elemento α del conjunto tal que $4 * \alpha = 5$. Según la tabla: $\alpha = 3$

Respuesta: C

31.

Si $n \in \mathbb{Z}$, $N_0 = 3$ y $N_{n+1} = N_n + 12$ entonces:

$$N_1 = 3 + 1(12)$$

$$N_2 = 3 + 2(12)$$

$$N_3 = 3 + 3(12)$$

...

Si $N_0 + N_1 + N_2 + N_3 + \dots + T = 828$

$$\rightarrow N_1 + N_2 + N_3 + \dots + T = 825$$

$$\sum_{n=1}^k 3 + 12n = 825$$

$$\rightarrow 3k + 12 \sum_{n=1}^k n = 825$$

$$\rightarrow 3k + 12 \left(\frac{k(k+1)}{2} \right) = 825$$

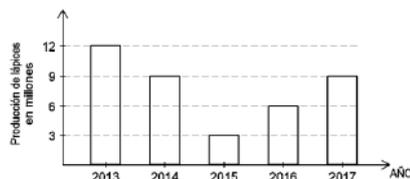
Ordenando la última ecuación y simplificando se obtiene: $2k^2 + 3k - 275 = 0$

Resolviendo la ecuación cuadrática y considerando $k \in \mathbb{N}$ obtiene $k = 11$

$$\therefore T = N_{11} = 3 + 11(12) = 135$$

Respuesta: A

32.



Promedio de producción de los últimos tres años:

$$\frac{3 + 6 + 9}{3} = 6$$

Promedio de producción del total de los años:

$$\frac{12 + 9 + 3 + 6 + 9}{5} = 7,8$$

Promedio de producción de los cuatro primeros años:

$$\frac{12 + 9 + 3 + 6}{4} = 7,5$$

Promedio de producción de segundo, tercer y cuarto año:

$$\frac{9+3+6}{3}=6$$

Promedio del segundo y cuarto años:

$$\frac{9+6}{2}=7,5$$

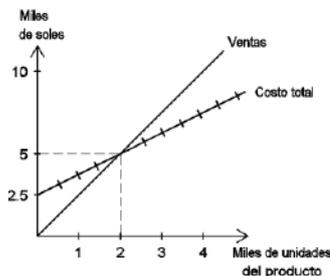
Promedio del primer y tercer año:

$$\frac{12+3}{2}=7,5$$

- A) $6 > 7,8$ FALSO
- B) $7,5 > 7,8$ FALSO
- C) $6 > 6$ FALSO
- D) $7,5 > 7,5$ FALSO
- E) $7,5 = 7,5$ VERDADERO

Respuesta: E

33.



De la lectura de la gráfica se deduce la veracidad de la parte II y III.

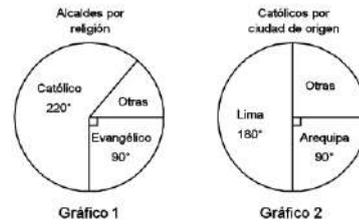
La veracidad de I se justifica con la ecuación lineal de las ventas cuya pendiente es $m = \frac{5}{2}$ y pasa por el punto (0,0)

$$\frac{5}{2} = \frac{\text{ventas} - 0}{\text{unidades} - 0} \rightarrow \text{Si Unidades} = 1 \text{ mil}$$

Entonces Ventas=2,5 soles

Respuesta: A

34.



De la lectura del gráfico 1 y aplicando la regla de tres simple se tiene:

$$\frac{72 \times 220^\circ}{360} = 44 \text{ A. Católicos;}$$

$$\frac{72 \times 90^\circ}{360} = 18 \text{ A. Evangélicos;}$$

Otros = 10

De la lectura del gráfico 2 y aplicando la regla de tres simple se tiene:

$$\frac{44 \times 180^\circ}{360} = 22 \text{ A.C limeños;}$$

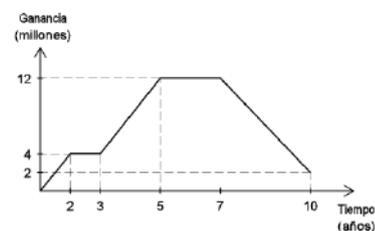
$$\frac{44 \times 90^\circ}{360} = 11 \text{ A.C arequipeños;}$$

Otros A.C= 11

- I. El número de alcaldes limeños es 24. FALSO es 22
- II. $18 > 11$. CIERTO
- III. $22 > 44$. FALSO

Respuesta: B

35.



Observando la figura y representando el par: (A , G) se tendrá:

Años Ganancia

En el primer tiempo: (3,4) y (5,12) significa que entre el año 3 y 5 se ganó entre 4 y 10 millones

en forma lineal con pendiente $m=4$. El modelo matemático de la línea es:

$$4 = \frac{G-4}{A-3} \rightarrow \text{Si } G=10 \text{ entonces } A=4,5$$

En el segundo tiempo: (7,12) y (10,2) significa que entre el año 7 y 10 se ganó entre 2 y 12 millones en forma lineal con pendiente $m = -\frac{10}{3}$.

El modelo matemático de la línea es:

$$-\frac{10}{3} = \frac{G-2}{A-10} \rightarrow \text{Si } G=10 \text{ entonces } A=7,6$$

Luego la diferencia de años:
 $7,6 - 4,5 = 3,1$ años

Respuesta: A

RAZONAMIENTO VERBAL

36	C
37	C
38	B
39	A
40	B
41	B
42	C
43	D
44	A
45	E
46	B
47	B
48	A
49	E
50	D
51	E
52	C
53	C
54	B
55	E
56	D
57	B
58	A
59	E
60	E
61	A
62	E
63	C
64	A
65	D
66	E
67	A
68	D
69	E
70	D
71	C
72	D
73	A
74	C
75	D

HUMANIDADES

76	D
77	E
78	B
79	A
80	C
81	E
82	C
83	E
84	E
85	D
86	B
87	A
88	D
89	C
90	D
91	A
92	D
93	A
94	E
95	B
96	B
97	E
98	B
99	E
100	C

SEGUNDA PRUEBA

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA

01. Se tiene dos barras de oro, en la primera el 80% del peso total es oro y en la segunda el 75% de su peso es oro, siendo esta el cuádruple de la anterior. Si se mezclan, determine la pureza resultante de dicha mezcla.

- A) 0,755 D) 0,770
 B) 0,760 E) 0,775
 C) 0,765

02. En un total de 15 personas, 10 son hombres y 5 son mujeres, van a ser divididos al azar en cinco grupos con 3 personas cada uno. Calcule la probabilidad que en cada uno de los cinco grupos siempre haya una mujer.

- A) 0,05 D) 0,08
 B) 0,06 E) 0,09
 C) 0,07

03. Señale la alternativa correcta después de determinar si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F).

- I. $111_{(3)} = 23_{(5)}$
 II. $0,25 = 0,1_{(5)}$
 III. $0,\bar{a}_{(11)} = 0,4_{(5)}$, donde $a = 10$.

- A) F V F D) V V F
 B) F V V E) V V V
 C) V F F

04. Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones

- I. Si $a - b \in \mathbb{N}$ y $b \in \mathbb{N}$, entonces $a \in \mathbb{N}$
 II. Si $a - b \in \mathbb{N}$ y $a \in \mathbb{N}$, entonces $b \in \mathbb{N}$
 III. si $a^2 \in \mathbb{N}$, entonces $a \in \mathbb{N}$

\mathbb{N} es el conjunto de los números naturales.

- A) V F F D) V V V
 B) V F V E) F V F
 C) V V F

05. Sean $P(x) = 9 - x^2$, $Q(x) = ax^3 - 2x + 3$. Determine el valor de "a" para que $P(x) \cdot (Q(x) - 1)$ sea divisible por $x - 3$ y satisfaga que la suma de los coeficientes de los términos del cociente sea -12.

- A) 1 D) 4
 B) 2 E) 5
 C) 3

06. Determine cuántos números de 3 cifras que son divisibles por 11, tienen por suma de sus cifras igual a 15.

- A) 5 D) 8
 B) 6 E) 9
 C) 7

07. Sean las clases de equivalencia de números racionales:

$$\left[\frac{a}{b} \right], \left[\frac{m}{n} \right] \text{ y } \left[\frac{r}{s} \right]$$

Dadas las siguientes proposiciones:

I. Si $\left[\frac{a}{b} \right] \cap \left[\frac{m}{n} \right] = \emptyset$, entonces $an = bm$

II. Si $\left[\frac{a}{b} \right] \cap \left[\frac{m}{n} \right] \neq \emptyset$, entonces $\frac{n}{b} = \frac{m}{a}$

III. Si $\left[\frac{a}{b} \right] + \left[\frac{m}{n} \right] = \left[\frac{r}{s} \right]$, entonces $\frac{an + bm}{bn} \in \left[\frac{r}{s} \right]$.

¿Cuáles son correctas?

- A) Solo I D) II y III
 B) Solo II E) I y III
 C) Solo III

08. Halle el menor valor de $a + n$, donde $a, n, M \in \mathbb{N}$ tales que

$$\underbrace{(3a)9 (3a)9 \dots (3a)9}_{2n \text{ cifras}} \underbrace{00 \dots 0}_{2n \text{ cifras}} = 259 M^2$$

\mathbb{N} es el conjunto de los números naturales.

- A) 1 D) 4
 B) 2 E) 5
 C) 3

09. Sea $M = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{|x+2| - |x+3|}{|x-1| - |x+4|} \geq 0 \right\}$

¿Cuántos números enteros hay en M^c ?

- A) 0 D) 3
 B) 1 E) 4
 C) 2

10. La ecuación cuadrática $x^2 + bx + c = 0$ tiene como conjunto solución $\Delta - 1, \Delta + 1$, Δ es el discriminante de la ecuación. Determine la suma de sus raíces.

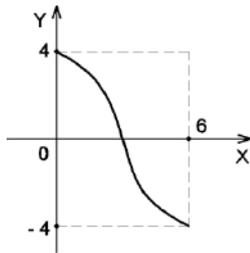
- A) 2
B) 4
C) 6
D) 8
E) 12

11. El mayor rango de la función $\frac{x^4 - 8x^2 + 15}{x^2 - 5}$

es:

- A) $[-3, \infty) \setminus \sqrt{5}; -\sqrt{5}$
B) $[-3, \infty)$
C) $[-3, \infty) \setminus 2$
D) $[-2, \infty) \setminus 3$
E) $[-2, \infty) \setminus 1$

12. Considere la siguiente función $f: 0;6 \rightarrow -4;4$ cuya gráfica se muestra a continuación:



Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F):

- I. f es biyectiva.
II. $|f(x)| - f(x) > 0$ para todo $x \in 0,6$.
III. $g(x) = f(x) + |f(x)|$ es inyectiva.

- A) V V V
B) V V F
C) V F F
D) F F V
E) F F F

13. Dado $xyz = \frac{1}{4}$, calcule

$$E = \frac{xy + z^4 + x^2y^2 - z^2^2 + xy - z^4}{xy + z^6 - xy - z^6}$$

- A) $\frac{1}{4}$
B) $\frac{1}{2}$
C) 1
D) 2
E) 4

14. Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F):

- I. La función $f(x) = 4^x + 4^{-x}$ es monótona.
II. La función $g(x) = 4^x - 4^{-x}$ posee en algún $x_0 \in \mathbb{R}$ su valor mínimo.
III. La función $h(x) = 2^x - 3^{-x}$ es una función impar.

- A) V V V
B) V V F
C) V F V
D) F V V
E) F F F

15. Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F):

Sea A una matriz cuadrada de orden n e I la matriz identidad del mismo orden.

- I. Si $|A - kI| = 0$, k número real, entonces $|A^T - kI| = 0$
II. Si $A^2 = I - A$, entonces $|A| = 0$
III. Si $B = (-1)^{n+1}|A|A^{2n}$, entonces $|B| = |A|^{3n}$

- A) V V V
B) V F V
C) V V F
D) F F V
E) V F F

16. Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F):

Sea la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

I. $\det A^n = n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

II. $A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & n \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ para todo $n \in \mathbb{N}$

III. Si B es la matriz inversa de A^n , entonces $\det(B^n) = -n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

- A) V V V
B) V F V
C) F V V
D) F V F
E) F F F

17. Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F):

- I. Si a los términos de una progresión aritmética se le aumenta un valor constante, entonces se forma una progresión aritmética con la misma razón.
- II. Si la progresión tiene una cantidad par de términos, la suma de los términos extremos de una progresión aritmética (primero y último) es igual a la suma de los términos centrales.
- III. Si a los términos de una progresión aritmética se le multiplica por el valor constante, entonces se forma una progresión aritmética con la misma razón.

- A) V V V D) F V V
 B) V V F E) V F F
 C) V F V

18. Determine el conjunto de valores de K para que el siguiente sistema lineal en x e y admita al menos una solución.

$$(K + 3)x + 2Ky = 5K - 9$$

$$(K+4)x + (3K-2)y = 2K + 1$$

- A) $\langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 3, \infty \rangle$
 B) $\langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle -2, 3 \rangle \cup \langle 3, \infty \rangle$
 C) $\langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle -2, \infty \rangle$
 D) $\langle -2, 2 \rangle \cup \langle 2, 3 \rangle \cup \langle 3, \infty \rangle$
 E) $\langle -\infty, 2 \rangle \cup \langle 2, \infty \rangle$

19. Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F):

Respecto al sistema de ecuaciones lineales en x, y,

$$(1 - \lambda)x + y = c$$

$$2x - \lambda y = 2c$$

$$x - y = (1 + \lambda)c$$

- I. Si $\lambda = -2$ el sistema tiene solución para todo $c \in \mathbb{R}$.
- II. Si $\lambda = 0$ el sistema no tiene solución.
- III. Si $\lambda = 1$ el sistema tiene solución única para cada valor real de c.

- A) V V V D) F V F
 B) V F V E) V V F
 C) V F F

20. En una granja de pollos se da una dieta "para engordar" con una composición mínima de 15 unidades de una sustancia A y 20 unidades de una sustancia B. En el mercado solo se encuentran dos clases de compuestos: el tipo M con una composición de 1 unidad A y 5 unidades de B, y el tipo N con una composición de 5 unidades de A y 1 de B.

El precio del tipo M es de 1 000 soles y el del tipo N es de 3 000 soles.

El dueño de la granja quiere saber qué cantidades se han de comprar de cada tipo para cubrir las necesidades con un costo mínimo.

Si

x : número de unidades del compuesto M que se compran

y : número de unidades del compuesto N que se compran

Modele el problema que responda a la inquietud del dueño de la granja.

A) mín 1 000 x + 3 000 y sujeto a

$$x + 5y \leq 15$$

$$5x + y \leq 20$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

B) mín 3 000 x + 1 000 y sujeto a

$$x + 5y \geq 15$$

$$5x + y \leq 20$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

C) mín 1 000 x + 3 000 y sujeto a

$$x + 5y \geq 15$$

$$5x + y \geq 20$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

D) mín 1 000 x + 3 000 y sujeto a

$$x + 5y \geq 20$$

$$5x + y \geq 15$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

E) mín 3 000 x + 1 000 y sujeto a

$$x + 5y \geq 15$$

$$5x + y \geq 20$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

21. Indique la alternativa correcta después de determinar si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F), según el orden dado:

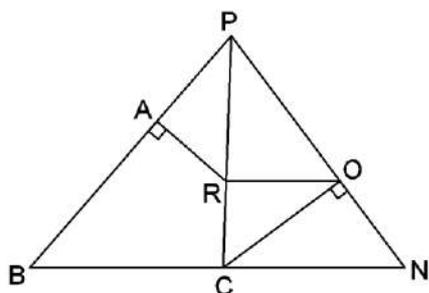
- I) Si las diagonales de un cuadrilátero se bisecan entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
 II) Si las diagonales de un cuadrilátero son perpendiculares y congruentes entonces el cuadrilátero es un cuadrado.
 III) Si las diagonales de un trapecio son congruentes entonces el trapecio es isósceles.

- A) V V F D) F V F
 B) V F F E) V V V
 C) V F V

22. Sean ABCD un cuadrado y AEF un triángulo equilátero, ambos inscritos en la misma circunferencia, de modo que \overline{AF} y \overline{CD} se intersecan en el punto I. $ID = 2\text{ cm}$, halle el radio de la circunferencia (en cm).

- A) $2\sqrt{2} - \sqrt{6}$ D) $\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$
 B) $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ E) $2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$
 C) $2\sqrt{2} + \sqrt{6}$

23. En la figura mostrada, determine PO (en cm), tal que \overline{PC} es la bisectriz interior en el triángulo BPN, $m\angle BNO = m\angle ROP$, $AP = 4\text{ cm}$ y $ON = 3\text{ cm}$.



- A) 2 D) 8
 B) 4 E) 10
 C) 6

24. En un triángulo rectángulo ABC recto en B, se ubican los puntos M y N, puntos medios de los lados \overline{AB} y \overline{BC} respectivamente. En \overline{AC} se ubican los puntos R y H de modo que $R \in \overline{AH}$. Sabiendo que el área de la región formada por el cuadrilátero RMNH es la

mitad del área formada por la región triangular ABC. Calcule $\frac{RH}{MN}$.

- A) 0,25 D) 1
 B) 0,50 E) 1,25
 C) 0,75

25. En una circunferencia dos cuerdas paralelas miden 2 cm y 6 cm, si la distancia entre ellas es 2 cm, calcule el radio (en cm) de dicha circunferencia.

- A) 3 D) 4
 B) $\sqrt{10}$ E) $3\sqrt{2}$
 C) $2\sqrt{3}$

26. Un cuadrilátero ABCD está inscrito en una circunferencia tiene por lados $AB = 7a\text{ cm}$, $BC = 15a\text{ cm}$, $CD = 20a\text{ cm}$ y $AD = 24a\text{ cm}$, si M y N son puntos medios de las diagonales \overline{AC} y \overline{BD} respectivamente, $MN = 15\text{ cm}$. Calcule el perímetro del cuadrilátero ABCD (en cm).

- A) 130 D) 140
 B) 132 E) 142
 C) 135

27. En un ángulo triedo isósceles una cara es recta y la medida del ángulo entre dichas caras y la arista opuesta es 45° . Calcule la medida de una de las caras congruentes.

- A) 30° D) $\arctan \frac{2}{3}$
 B) 45° E) $\arcsin \frac{1}{3}$
 C) 60°

28. Desde un punto O fuera del plano de un triángulo ABC, cuyo perímetro es p, se proyecta dicho triángulo ABC sobre un plano Q paralelo al plano del triángulo. Si $A'A = AO$, entonces el perímetro del triángulo $A'B'C'$ es:

- A) $\frac{p}{2}$ D) 3 p
 B) p E) 4 p
 C) 2 p

29. En el exterior de un poliedro convexo se toma un punto, el cual se une con los vértices de la cara más próxima; este nuevo poliedro posee 16 aristas, su número de vértices es igual al número de caras, y el número de aristas excede en 4 a las del poliedro inicial. Determine el número de caras del poliedro inicial.

- A) 5 D) 8
 B) 6 E) 9
 C) 7

30. Se tiene un tronco de cilindro circular recto con $AB = 8$ cm como diámetro de la base y generatrices $AC > 2$ cm y $BD = 2$ cm. La bisectriz del ángulo ACD corta a \overline{AD} en E de tal forma que $AE = \frac{4}{9}\sqrt{68}$.

Si $AC + CD = 18$ cm, halle volumen (cm^3) del tronco de cilindro.

- A) 60π D) 90π
 B) 70π E) 100π
 C) 80π

31. Se tiene 2 conos rectos de la misma altura h y bases del mismo radio R. Si el vértice de cada cono está en el centro de la base del otro cono, el volumen común (en u^3) a los conos es:

- A) $\frac{\pi R^2 h}{4}$ D) $\frac{\pi R^2 h}{12}$
 B) $\frac{\pi R^2 h}{6}$ E) $\frac{\pi R^2 h}{13}$
 C) $\frac{\pi R^2 h}{8}$

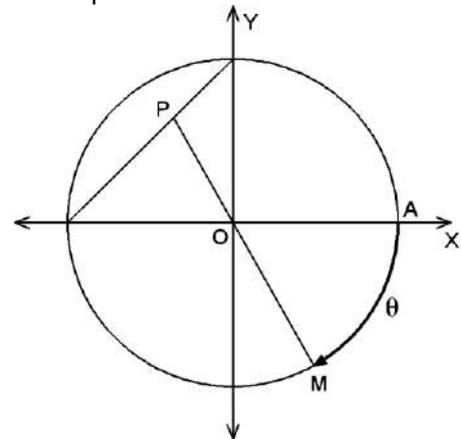
32. Se tienen dos esferas concéntricas, se traza un plano secante a la esfera mayor y tangente a la esfera menor, determinando un círculo de área $16\pi\text{m}^2$. Calcule el área, en m^2 , del casquete menor formado en la esfera mayor sabiendo que el radio de la esfera menor es 3 m.

- A) 16π D) 22π
 B) 18π E) 24π
 C) 20π

33. Dados dos ángulos, calcule la medida del menor ángulo en radianes, si la diferencia de los cuatro tercios del número de grados sexagesimales de uno y los tres quintos del número de grados centesimales del otro es 20. Además son complementarios.

- A) $\frac{4}{7}\pi$ D) $\frac{\pi}{9}$
 B) $\frac{4}{9}\pi$ E) $\frac{\pi}{16}$
 C) $\frac{2}{9}\pi$

34. En la circunferencia trigonométrica del gráfico mostrado si $AM = \theta$, calcule la ordenada del punto P.



- A) $\frac{\tan(\theta)}{\tan(\theta)-1}$ D) $\frac{\cos(\theta)}{1-\cos(\theta)}$
 B) $\frac{\tan(\theta)}{1-\tan(\theta)}$ E) $\frac{\sin(\theta)}{\sin(\theta)-1}$
 C) $\frac{\cos(\theta)}{\cos(\theta)-1}$

35. Si el ángulo θ satisface $\sin(\theta) = 1 - \sin^2(\theta)$, calcule $M = \csc^2(\theta) - \tan^2(\theta)$.

- A) $\frac{1}{2}$ D) 2
 B) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{5}$
 C) $\sqrt{3}$

36. Determine el conjunto solución de:

$$\frac{1}{\tan(\theta)-1} + \frac{4}{\tan(\theta)-6} > 0 \text{ para } \theta \in \left\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\rangle.$$

- A) $\arctan(1) < \theta < \frac{\pi}{2}$
 B) $\arctan(1) < \theta < \arctan(3)$,
 $\arctan(6) < \theta < \frac{\pi}{2}$
 C) $\arctan(2) < \theta < \arctan(6)$
 D) $\arctan(1) < \theta < \arctan(2)$,
 $\arctan(6) < \theta < \frac{\pi}{2}$
 E) $\arctan(6) < \theta < \frac{\pi}{2}$

37. La distribución diaria (en horas) de luz solar durante el año en Lima está dada por la función

$$f(t) = \text{sen}\left(\frac{2\pi}{365}(t-54)\right) + 11, \quad 0 \leq t < 365,$$

donde t es el número de días transcurridos desde el inicio del año. Determine en qué fecha del año se tiene la menor cantidad de luz.

- A) 29 de nov D) 20 de nov
 B) 27 de nov E) 15 de nov
 C) 24 de nov

38. Resuelva la siguiente inecuación:

$$\cos(x) + \frac{3x}{2\pi} \geq 0.$$

- A) $x \in \left[-\frac{\pi}{3}, +\infty \right)$ D) $x \in \left\langle -\infty, -\frac{\pi}{3} \right]$
 B) $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, +\infty \right)$ E) $x \in \left[-\frac{5\pi}{12}, +\infty \right)$
 C) $x \in \left\langle -\infty, -\frac{\pi}{2} \right]$

39. Sea ABCD un cuadrilátero con $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm, $CD = 2$ cm y $AD = 5$ cm.

$$\text{Calcule el valor de } E = \frac{1 + 6 \cos(B)}{5 \cos(D)}.$$

- A) 1 D) 5/2
 B) 3/2 E) 3
 C) 2

40. Dado el punto $P = (-2, \sqrt{3})$, determine las nuevas coordenadas del punto luego que los ejes coordenados giran un ángulo de 30° en sentido antihorario.

- A) $\left(-\sqrt{3}, \frac{1}{2} \right)$ D) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{2} \right)$
 B) $\left(-2\sqrt{3}, \frac{5}{2} \right)$ E) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{1}{2} \right)$
 C) $\left(-\sqrt{3}, \frac{7}{2} \right)$

SOLUCIÓN

MATEMATICA PARTE 1

01.

En la primera barra, como el 80% del peso total es oro quiere decir que su ley de oro es:

$$L_1 = 80\% = 0,80$$

En la segunda barra, como el 75% del peso total es oro quiere decir que su ley de oro es:

$$L_2 = 75\% = 0,75$$

Por dato el peso de la 2da. barra es el cuádruple de la 1ra. barra.

Si el peso de la 1ra. barra es $W_1 = 1$, entonces el peso de la 2da. barra es $W_2 = 4$

La Ley resultante de la aleación de las dos barras es:

$$L_m = \frac{L_1 W_1 + L_2 W_2}{W_1 + W_2}$$

$$L_m = \frac{(0,80)1 + (0,75)4}{1 + 4} = \frac{3,8}{5} = 0,76$$

Respuesta: B

02.

La cantidad total de hombres es 10.

La cantidad total de mujeres es 5.

La probabilidad de que en cada uno de los 5 grupos haya una mujer es:

$$p = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos totales}}$$

Para los casos favorables:

***En el 1^{er.} Grupo**

Con respecto a los hombres: Se toma 2 hombres de los 10 disponibles que hay.

Con respecto a las mujeres: Se toma 1 mujer de las 5 disponibles que hay.

Cantidad de posibilidades:

$$\binom{10}{2} \binom{5}{1} = \frac{10(9)}{2} \cdot 5 = 225$$

***En el 2^{do.} Grupo**

Con respecto a los hombres: Se toma 2 hombres de los 8 disponibles que quedan.

Con respecto a las mujeres: Se toma 1 mujer de las disponibles que hay.

Cantidad de posibilidades:

$$\binom{8}{2} \binom{4}{1} = \frac{8(7)}{2} \cdot 4 = 112$$

***En el 3^{er.} Grupo**

Con respecto a los hombres: Se toma 2 hombres de los 6 disponibles que quedan.

Con respecto a las mujeres: Se toma 1 mujer de las 3 disponibles que quedan.

Cantidad de posibilidades:

$$\binom{6}{2} \binom{3}{1} = \frac{6(5)}{2} \cdot 3 = 45$$

***En el 4^{to.} Grupo**

Con respecto a los hombres: Se toma 2 hombres de los 4 disponibles que quedan.

Con respecto a las mujeres: Se toma 1 mujer de las 2 disponibles que quedan.

Cantidad de posibilidades:

$$\binom{4}{2} \binom{2}{1} = \frac{4(3)}{2} \cdot 2 = 12$$

***En el 5^{to.} Grupo**

Con respecto a los hombres: Se toma los 2 hombres que quedan.

Con respecto a las mujeres: Se toma la mujer que queda.

Cantidad de posibilidades:

$$\binom{2}{2} \binom{1}{1} = 1(1) = 1$$

Principio Multiplicativo

Sean A y B eventos, donde A se puede realizar de a formas diferentes y para cada uno de estos valores un evento B se puede realizar de b formas diferentes, entonces los dos eventos a la vez se puede realizar de $a \cdot b$ formas diferentes, esto se puede extender a mas eventos.

Los casos anteriores cumplen el principio multiplicativo, entonces:

Total de Casos Favorables: $225 \cdot 112 \cdot 45 \cdot 12 \cdot 1$

Para los casos totales:

El total de personas es 15

***En el 1^{er}. Grupo**

Se toma 3 personas de los 15 disponibles que hay.

Cantidad de posibilidades:

$$\binom{15}{3} = \frac{15(14)(13)}{3(2)(1)} = 455$$

***En el 2^{do}. Grupo**

Se toma 3 personas de los 12 disponibles que quedan.

Cantidad de posibilidades:

$$\binom{12}{3} = \frac{12(11)(10)}{3(2)(1)} = 220$$

***En el 3^{er}. Grupo**

Se toma 3 personas de los 6 disponibles que quedan.

Cantidad de posibilidades:

$$\binom{9}{3} = \frac{9(8)(7)}{3(2)(1)} = 84$$

***En el 4^{to}. Grupo**

Se toma 3 personas de los 6 disponibles que quedan.

Cantidad de posibilidades:

$$\binom{6}{3} = \frac{6(5)(4)}{3(2)(1)} = 20$$

***En el 5^{to}. Grupo**

Se toma 3 personas que quedan

Cantidad de posibilidades:

$$\binom{3}{3} = \frac{3(2)(1)}{3(2)(1)} = 1$$

Los casos anteriores cumplen el principio multiplicativo, entonces:

Casos Totales: $455 \cdot 220 \cdot 84 \cdot 20 \cdot 1$

La probabilidad buscada es:

$$P = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos totales}} = \frac{225 \cdot 112 \cdot 45 \cdot 12 \cdot 1}{455 \cdot 220 \cdot 84 \cdot 20 \cdot 1} = 0.0809$$

Respuesta: D

03.

$$\hat{a}_{(n)} = \frac{a}{n-1} \quad ab_{(n)} = an+b \quad abc_{(n)} = an^2 + bn + c$$

$$I) 111_3 = 3^2 + 3 + 1 = 13$$

$$23_5 = 2(5) + 3 = 13$$

$$\text{Entonces } 111_{(3)} = 23_{(5)} \quad (V)$$

$$II) 0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$0,1_{(5)} = \frac{1}{5-1} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Entonces } 0,25 = 0,1_{(5)} \quad (V)$$

$$III) 0, \hat{a}_{(11)} = \frac{a}{11-1} = \frac{10}{10} = 1$$

$$0,4_{(5)} = \frac{4}{5-1} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\text{Entonces } 0, \hat{a}_{(11)} = 0,4_{(5)} \quad (V)$$

Respuesta: E

04.

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

I) Si $a - b = c \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$

$$a = b + c$$

b y c son enteros positivos, entonces $a = b + c$ también lo es.

Por lo tanto $a \in \mathbb{N}$ (V)

II) Si $a - b \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{N}$

Para $a = 1$, $b = -1$, $a - b = 1 - (-1) = 2 \in \mathbb{N}$

$$b = -1 \notin \mathbb{N} \quad (F)$$

III) $a^2 \in \mathbb{N}$

Para $a^2 = 2 \in \mathbb{N}$

$$a = \sqrt{2} \notin \mathbb{N} \quad (F)$$

Respuesta: A

05.

Sea

$$T(x) = P(x)(Q(x)-1) = (9-x^2)(ax^3 - 2x + 3 - 1)$$

$$T(x) = -(x^2 - 9)(ax^3 - 2x + 2)$$

Por los datos $T(x)$ es divisible entre $(x-3)$

Propiedad:

Un polinomio $M(x)$ es divisible entre $x-c$ si y solo si $M(c) = 0$

$$T(3) = -(3^2 - 9)(a3^3 - 2(3) + 2)$$

$$= -(0)(27a - 4)$$

$$= 0$$

$T(x)$ es divisible entre $(x-3)$

El cociente de dividir $T(x)$ entre $(x-3)$ es:

$$N(x) = \frac{T(x)}{(x-3)} = \frac{-(x^2-9)(ax^3-2x+2)}{(x-3)} = \frac{-(x-3)(x+3)(ax^3-2x+2)}{(x-3)}$$

$$= -(x+3)(ax^3-2x+2)$$

Propiedad:

Sea $P(x)$ un polinomio, entonces la suma de los términos (coeficientes) de dicho polinomio es $P(1)$

La suma de los términos del cociente $N(x)$ es $N(1)$:

De los datos: la suma de los términos del cociente es -12

$$\text{Entonces } N(1) = -12$$

$$-(1+3)(a(1)^3 - 2(1) + 2) = -12$$

$$-4(a) = -12 \rightarrow a = 3$$

Respuesta: C

06.

Propiedad:

Todo número entero es múltiplo de 9 más la suma de sus cifras

Por dato la suma de las cifras del número es 15

Denotemos con \overline{abc} a los números enteros de 3 cifras.

$$\text{Entonces } \overline{abc} = 9 + 15 \dots (1)$$

$$\text{Por dato: } \overline{abc} = 11 \dots (2)$$

Propiedad:

Si un número N es $k+r$, entonces se le puede sumar cualquier múltiplo de k y no se altera.

Si

$$N = k + r \rightarrow N = k + r + (\text{cualquier múltiplo de } k)$$

$$\text{En (1): } \overline{abc} = 9 + 15 + 18 = 9 + 33 \dots (1')$$

$$\text{En (2): } \overline{abc} = 11 = 11 + 22 = 11 + 33 \dots (2')$$

Propiedad:

Si un número $N = A + r$ y $N = B + r$, entonces

$$N = m + r, \text{ donde } m = \text{mcm}(A, B)$$

$$\text{De (1') y (2') : } \overline{abc} = 99 + 33 \text{ mcm}(9, 11) = 99$$

$$\rightarrow \overline{abc} = 99k + 33$$

$$100 \leq \overline{abc} \leq 999$$

$$100 \leq 99k + 33 \leq 999$$

$$67 \leq 99k \leq 966$$

$$1 \leq k \leq 9$$

k	abc=99k+33	Suma de cifras	Suma de cifras =15
1	132	6	NO
2	231	6	NO
3	330	6	NO
4	429	15	SI
5	528	15	SI
6	627	15	SI
7	726	15	SI
8	825	15	SI
9	924	15	SI

Son 6 números los que cumplen la condición

Respuesta: B

07.

Definición de equivalencia $\left[\frac{a}{b} \right]$

Sean a y b enteros con $b \neq 0$, se define a la

clase de equivalencia $\left[\frac{a}{b} \right]$ por:

$$\left[\frac{a}{b} \right] = \left\{ (p, q), \text{ para el cual } \frac{a}{b} = \frac{p}{q}, \text{ donde } p \text{ y } q \text{ son enteros con } q \neq 0 \right\}$$

$$= \left\{ (p, q), \text{ para el cual } aq = bp, \text{ donde } p \text{ y } q \text{ son enteros con } q \neq 0 \right\}$$

Propiedades

$$1) (p, q) \in \left[\frac{a}{b} \right] \Leftrightarrow \left[\frac{a}{b} \right] = \left[\frac{p}{q} \right]$$

$$2) (p, q) \notin \left[\frac{a}{b} \right] \Leftrightarrow \left[\frac{a}{b} \right] \neq \left[\frac{p}{q} \right]$$

$$3) \left[\frac{a}{b} \right] \cap \left[\frac{p}{q} \right] = \emptyset \Leftrightarrow \left[\frac{a}{b} \right] \neq \left[\frac{p}{q} \right] \Leftrightarrow \frac{a}{b} \neq \frac{p}{q}$$

$$4) \left[\frac{a}{b} \right] \cap \left[\frac{p}{q} \right] \neq \emptyset \Leftrightarrow \left[\frac{a}{b} \right] = \left[\frac{p}{q} \right] \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{p}{q}$$

(I) Si $\left[\frac{a}{b} \right] \cap \left[\frac{m}{n} \right] = \emptyset$

Entonces $\frac{a}{b} \neq \frac{m}{n} \rightarrow an \neq bm$

-Respuesta de (I): (F)

(II) Si $\left[\frac{a}{b} \right] \cap \left[\frac{m}{n} \right] \neq \emptyset$

Entonces $\frac{a}{b} = \frac{m}{n} \rightarrow an = bm$

Pero el dato dice que: $\frac{n}{b} = \frac{m}{a}$

Para $a=0, b=1, m=0, n=2$

$$\frac{n}{b} = \frac{m}{a} \rightarrow \frac{2}{1} = \frac{0}{0}$$

-Respuesta de (II): (Falso)

(III) Se define $\left[\frac{a}{b} \right] + \left[\frac{m}{n} \right]$ por

$$\left[\frac{a}{b} \right] + \left[\frac{m}{n} \right] = \left[\frac{a}{b} + \frac{m}{n} \right]$$

Por dato Si $\left[\frac{a}{b} \right] + \left[\frac{m}{n} \right] = \left[\frac{r}{s} \right]$

Entonces: $\frac{a}{b} + \frac{m}{n} \in \left[\frac{r}{s} \right]$

$$\rightarrow \frac{an + bm}{bn} \in \left[\frac{r}{s} \right]$$

Respuesta de (III): (V)

Respuesta: C

08.

$$N = \underbrace{(3a)9(3a)9 \dots (3a)9}_{2n \text{ cifras}} \underbrace{00 \dots 0}_{2n \text{ cifras}} = 259M^2$$

Como (3a) es una cifra, entonces $a = 1, 2, 3$

Propiedad:

Todo número es múltiplo de 3 más la suma de sus cifras.

En el problema, la suma de las cifras de N es: $(3a)n + 9n = \text{múltiplo de 3}$.

Entonces

$$N = \overset{\cdot}{3} + (\text{La suma de las cifras}) = \overset{\cdot}{3} + \overset{\cdot}{3} = \overset{\cdot}{3} \rightarrow N = 3k$$

Como $N = 259M^2, N = \overset{\cdot}{3}$ y $259 \neq \overset{\cdot}{3}$

$$\rightarrow M^2 = 3 \rightarrow M = \overset{\cdot}{3} \rightarrow M^2 = 9 \rightarrow N = \overset{\cdot}{9} \dots (1)$$

Propiedad

Todo número es múltiplo de 9 más la suma de sus cifras.

$$\rightarrow N = \overset{\cdot}{9} + (\text{la suma de las cifras de N}) = \overset{\cdot}{9}$$

De (1): $N = \dot{9}$

→ (la suma de las cifras de N) = $\dot{9}$

En el problema, la suma de las cifras de N es:

$$(3a)n + 9n$$

→ $(3a)n + 9n = \dot{9}$

→ $(3a)n = \dot{9}$

$$N = \underbrace{(3a)9(3a)9\dots(3a)9}_{2n \text{ cifras}} \underbrace{00\dots0}_{2n \text{ cifras}} = 259M^2$$

y $(3a)n = \dot{9}$

Se busca el menor valor de $(a+n)$:

a	n	N	
1	3	393939000000	$259(1521) \cdot 10^6 =$ $259(39^2) \cdot 10^6 =$ $259(39000)^2,$ $a+n=4$
2	3	$a+n=5 \rightarrow a+n>4$	
3	1	$a+n=4 \rightarrow a+n=4$	
3	2	$a+n=5 \rightarrow a+n>4$	

El m menor valor de $(a+n)$ es 4 y se da cuando $a=1$ y $n=3$

Respuesta: D

09.

$$\frac{|x+2| - |x+3|}{|x-1| - |x+4|} \geq 0$$

Como $\frac{|x+2| + |x+3|}{|x-1| + |x+4|} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Multiplicando a la inecuación inicial por este factor no se altera el resultado:

$$\frac{|x+2| + |x+3|}{|x-1| + |x+4|} \cdot \frac{|x+2| - |x+3|}{|x-1| - |x+4|} \geq 0$$

$$\frac{(x+2)^2 - (x+3)^2}{(x-1)^2 - (x+4)^2} \geq 0$$

$$\frac{(x^2 + 4x + 4) - (x^2 + 6x + 9)}{(x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 8x + 16)} \geq 0$$

$$\frac{-2x - 5}{-10x - 15} \geq 0$$

$$\frac{2x + 5}{10x + 15} \geq 0$$

Multiplicando por 5:

$$\frac{2x + 5}{2x + 3} \geq 0$$

Dividiendo al numerador y denominador entre 2

$$\frac{x + 5/2}{x + 3/2} \geq 0$$



$$M = \langle -\infty, -5/2 \rangle \cup \left[\frac{-3}{2}, \infty \right)$$

$$M^C = \langle -5/2, -3/2 \rangle, \langle -2.5, -1.5 \rangle$$

El entero que hay M^C es uno solo: -2
Respuesta: 1

Respuesta: B

10.

Se define por discriminante de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$

$$a: \Delta = b^2 - 4ac$$

Propiedad

La raíz de $ax^2 + bx + c = 0$ es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sean

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Entonces: La suma de las raíces $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$

Producto de las raíces: $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

Demostración:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$ax^2 + bx + c = a(x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2)$$

$$ax^2 + bx + c = ax^2 - a(x_1 + x_2)x + ax_1 x_2$$

$$b = -a(x_1 + x_2) \rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$c = -ax_1 x_2 \rightarrow x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Por dato $x^2 + bx + c = 0$,

$$a = 1 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$$

Entonces: La suma de las raíces: $x_1 + x_2 = -b$

Producto de las raíces: $x_1 x_2 = c$

Discriminante: $\Delta = b^2 - 4c$

(i) Para la suma de las raíces:

$$x_1 + x_2 = -b$$

Por dato $\Delta + 1$ y $\Delta - 1$ son raíces

$$\Delta + 1 + \Delta - 1 = -b$$

$$2\Delta = -b$$

$$\Delta = -\frac{b}{2} \dots (1)$$

(ii) Para el producto de las raíces

$$x_1 x_2 = c$$

Entonces

$$(\Delta + 1)(\Delta - 1) = c$$

$$\Delta^2 - 1 = c$$

$$\Delta^2 = c + 1 \dots (2)$$

(1) en (2)

$$\left(\frac{-b}{2}\right)^2 - 1 = c$$

$$\frac{b^2}{4} - 1 = c$$

$$\frac{b^2 - 4c}{4} = 1$$

$$b^2 - 4c = 4$$

Como $\Delta = b^2 - 4c$

$$\rightarrow \Delta = 4$$

En (1)

$$\Delta = -\frac{b}{2} \dots (1)$$

$$4 = -\frac{b}{2} \rightarrow b = -8$$

En (2)

$$\Delta^2 = c + 1$$

$$4^2 = c + 1 \rightarrow c = 15$$

La ecuación

$$x^2 + bx + c = 0$$

Es: $x^2 + (-8)x + (15) = 0$

$$x^2 - 8x + (15) = 0$$

Factorizando:

$$(x - 3)(x - 5) = 0$$

Las raíces son: 3 y 5

$$\Delta = 8^2 - 4(15) = 64 - 60 = 4$$

$$\Delta = 4$$

$$\Delta - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$\Delta + 1 = 4 + 1 = 5$$

Las raíces son: $\Delta - 1$ y $\Delta + 1$

Tal como se indica en los datos del problema.

La suma de las raíces es $3 + 5 = 8$

Respuesta: D

11.

$$F(x) = \frac{x^4 - 8x^2 + 15}{x^2 - 5} = \frac{(x^2 - 5)^2 + 2(x^2 - 5)}{(x^2 - 5)} = (x^2 - 5) + 2 = x^2 - 3$$

Como el denominador debe ser $\neq 0$, entonces $x \neq \pm\sqrt{5}$

$$f(x) = x^2 - 3, \quad x \neq \pm\sqrt{5}$$

Para $x = \pm\sqrt{5} \rightarrow f(x) = 5 - 3 = 2$

Para $f(x) = x^2 - 3 = 2 \rightarrow x^2 = 5 \rightarrow x = \pm\sqrt{5}$
 $\rightarrow 2 \notin \text{Rango}(f)$

El menor valor de $f(x) = x^2 - 3$ es -3 -3 y se da para $x = 0$

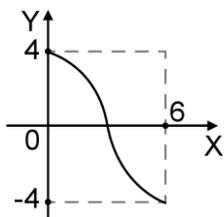
$$\rightarrow \text{Rango}(f) = [-3, \infty) \setminus \{2\}$$

Respuesta: C

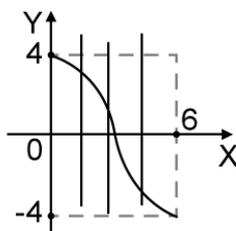
12.

Propiedad:

Una gráfica en \mathbb{R}^2 corresponde a la gráfica de una función si al trazar rectas verticales estas intersectan en un punto o en ningún punto.



Al trazar rectas verticales se observa que intersectan en un punto o en ningún punto



Entonces la gráfica corresponde al de una función.

Función Inyectiva

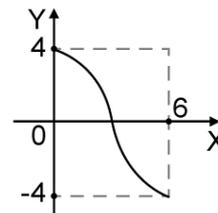
Una función $f(x)$ es inyectiva si:

$$f(u) = f(v) \rightarrow u = v$$

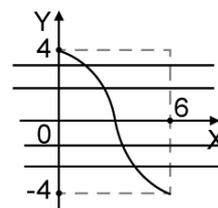
En forma equivalente si $u \neq v \rightarrow f(u) \neq f(v)$

Propiedad:

Una función es inyectiva si al trazar rectas horizontales a su grafica estas intersectan en un punto o en ningún punto.



Al trazar rectas horizontales se observa que intersectan en un punto o en ningún punto.



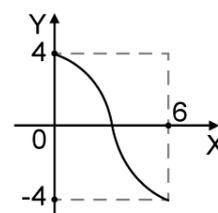
Entonces la gráfica corresponde al de una función inyectiva.

Definición

Con $f: A \rightarrow B$ se dice que f es una función con dominio A y rango contenido en B .

Una función $f: A \rightarrow B$ se dice que f es sobreyectiva si $f(A) = B$ esto es, si

$$\text{Rang}(f) = B$$



Se observa que

$$f: [0, 6] \rightarrow [-4, 4], \text{Rang}(f) = [-4, 4]$$

Entonces la gráfica corresponde al de una función sobreyectiva.

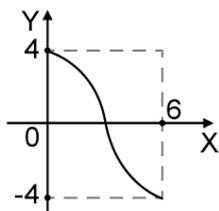
Definición

Con $f: A \rightarrow B$ se dice que f es una función biyectiva, si f es inyectiva y sobreyectiva a la vez.

Como la función anterior es inyectiva y sobreyectiva, entonces es biyectiva.

Respuesta de (I): f es biyectiva: Verdadero

Para (II)



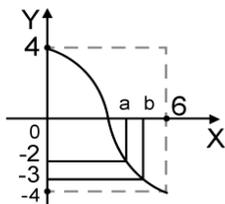
Se observa que existe un valor de c de x entre 0 y 6, tal que $f(c) = 0$

$$|f(c)| - f(c) = 0 - 0 = 0$$

La parte (II) es falsa porque en $x=c$ se tiene que

$$|f(c)| - f(c) \neq 0$$

Para (III)



Se observa que existe un valor de a de x entre 0 y 6, tal que $f(a) = -2$ y existe un valor b de x entre 0 y 6, tal que $f(b) = -3$.

Por dato $g(x) = f(x) + |f(x)|$

$$g(a) = f(a) + |f(a)| = -2 + |-2| = -2 + 2 = 0$$

$$g(b) = f(b) + |f(b)| = -3 + |-3| = -3 + 3 = 0$$

Entonces existen dos valores a y b diferentes entre $g(a) = g(b)$

Esto contradice a la definición de función inyectiva

Esto implica que $g(x)$ no es inyectiva.

Respuesta de (III) : Falso

Respuesta de la pregunta: **VFF**

Respuesta: C

13.

$$E = \frac{(xy+z)^4 + (x^2y^2-z^2)^2 + (xy-z)^4}{(xy+z)^6 - (xy-z)^6}$$

Sea $w=xy$, como $xyz = \frac{1}{4} \rightarrow wz = \frac{1}{4}, 4wz = 1$

$$E = \frac{(w+z)^4 + (w^2-z^2)^2 + (w-z)^4}{(w+z)^6 - (w-z)^6}$$

Triángulo de Pascal
Coeficientes de $(a+b)^n$

			1						
			1	1					
n = 2			1	2	1				
n = 3			1	3	3	1			
n = 4			1	4	6	4	1		
n = 5			1	5	10	10	5	1	
n = 6			1	6	15	20	15	6	1

NUMERADOR:

$$N = (w+z)^4 + (w^2-z^2)^2 + (w-z)^4$$

$$w^4 + 4w^3z + 6w^2z^2 + 4wz^3 + z^4 + w^4 - 2w^2z^2 + z^4 + w^4 - 4w^3z + 6w^2z^2 - 4wz^3 + z^4 = 3w^4 + 10w^2z^2 + 3z^4$$

Recordemos que $wz = \frac{1}{4}$

$$N = 3w^4 + 10w^2z^2 + 3z^4$$

$$N = 3w^4 + 10\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 3z^4$$

$$N = 3w^4 + \frac{10}{16} + 3z^4$$

$$N = 3w^4 + \frac{5}{8} + 3z^4 \dots\dots(1)$$

DENOMINADOR:

$$D = (w+z)^6 - (w-z)^6$$

Para n=6 : 1 6 15 20 15 6 1

$$w^6 + 6w^5z + 15w^4z^2 + 20w^3z^3 + 15w^2z^4 + 6wz^5 + z^6 - [w^6 - 6w^5z + 15w^4z^2 - 20w^3z^3 + 15w^2z^4 - 6wz^5 + z^6]$$

$$= 12w^5z + 40w^3z^3 + 12wz^5$$

(I)

Recordemos que $wz = \frac{1}{4}$

$$= 12w^4 \frac{1}{4} + 40 \left(\frac{1}{4}\right)^3 + 12z^4 \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$= 3w^4 + \frac{40}{64} + 3z^4$$

$$= 3w^4 + \frac{5}{8} + 3z^4 \dots (2)$$

$$N = 3w^4 + \frac{5}{8} + 3z^4$$

$$D = 3w^4 + \frac{5}{8} + 3z^4$$

$$E = \frac{N}{D} = \frac{3w^4 + \frac{5}{8} + 3z^4}{3w^4 + \frac{5}{8} + 3z^4} = 1$$

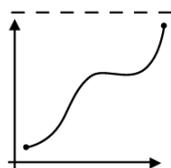
E=1

Respuesta: C

14.

Una función es creciente o monótona creciente:

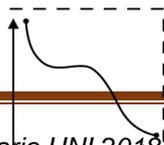
Si $x \leq y \rightarrow f(x) \leq f(y)$



Función monótona creciente

Una función es decreciente o monótona decreciente:

Si $x \leq y \rightarrow f(x) \geq f(y)$



Función monótona decreciente

Una función es monótona si es creciente o decreciente

(I) $f(x) = 4^x + 4^{-x}$

$$f(-1) = 4^{-1} + 4^{-(-1)} = 4^{-1} + 4^1 = 4,25$$

$$f(0) = 4^0 + 4^{-(0)} = 1 + 1$$

Entonces $-1 \leq 0$ y $f(-1) \not\leq f(0)$

Respuesta de (I): Falso

(II) $g(x) = 4^x - 4^{-x}$

Cuando $x \rightarrow \infty \Rightarrow g(x) \rightarrow \infty$

Cuando $x \rightarrow -\infty \Rightarrow g(x) \rightarrow -\infty$

La función $g(x)$ no posee valor mínimo.

Respuesta de (II): Falso

(III)

Función impar $f(x)$ es impar si $f(-x) = -f(x)$

$$h(x) = 2^x - 3^{-x}$$

$$h(2) = 2^2 - 3^{-2} = 4 - \frac{1}{9} = \frac{35}{9}$$

$$-h(2) = -\frac{35}{9}$$

$$h(-2) = 2^{-2} - 3^{-(-2)} = \frac{1}{4} - 9 = -\frac{35}{4}$$

$$h(-2) \neq -h(2)$$

Es falso que h sea una función impar.

Respuesta de la pregunta: FFF

Respuesta: E

15.

(I) Propiedad

$$|A^t| = |A|$$

$$(A-B)^t = A^t - B^t$$

$$(kA)^t = kA^t$$

En el problema $|A - kI| = 0$, de la propiedad:

$$|(A - kI)^t| = |(A^t - (kI)^t)|$$

$$= |A^t - kI^t|$$

$$\text{Como } |(A-kI)^t| = |A^t - kI|$$

$$\rightarrow |(A^t - kI)| = 0$$

Respuesta de la parte (I): Verdadero

(II)

Propiedad de las determinantes

$$|AB| = |A||B|$$

$$|I| = 1$$

En el problema

$$A^2 = I - A$$

$$A^2 + A = I$$

$$A(A+I) = I$$

Tomando determinante

$$|A(A+I)| = |I|$$

$$|A||A+I| = |I| \dots (1)$$

$$\text{Si } |A| = 0 \rightarrow 0 = |I|$$

$$\rightarrow |I| = 0$$

Pero $|I| = 1$, se tiene una contradicción.

Respuesta de (II) : Falso

(III)

Propiedad de las determinantes

$|kA| = k^n |A|$, Donde A es de orden $n \times n$

k es un número real.

$|A^p| = |A|^p$, donde $p=0,1,2,3,\dots$

En el problema

$$B = (-1)^{n+1} |A| A^{2n}$$

$$|B| = |(-1)^{n+1} |A| A^{2n}|$$

$$|B| = (-1)^{n(n+1)} |A|^n |A|^{2n}$$

$$|B| = (-1)^{n(n+1)} |A|^n |A|^{2n}$$

Como $n(n+1)$ es siempre múltiplo de 2

Entonces $(-1)^{n(n+1)} = 1$

$$|B| = |A|^n |A|^{2n}$$

$$|B| = |A|^{3n}$$

Respuesta de (III): Verdadero

Respuesta: B

16.

(I)

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Propiedades

$$I^n = I$$

En el problema: $A=I$

$$\det(A^n) = \det(I^n) = \det(I) = 1$$

$$\det(A^n) = 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Respuesta de (I): Falso

(II) $A^n = I^n = I$

$$A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Respuesta de la parte (II): Verdadero

(III)

Inversa de una matriz

Una matriz C es la inversa de D

Si $CD = I$ o si $DC = I$

Propiedad:

$$CI = I$$

\forall matriz C que pueda multiplicarse con I

En el problema

B es la inversa de A^n

$$A^n = I^n = I$$

Entonces B es la inversa de I

$$BI = I, \text{ entonces}$$

$$B = I$$

$$B^n = I^n = I$$

$$\det(B^n) = \det(I) = 1$$

Respuesta de la parte (III): Falso

Respuesta: D

17.

Progresión Aritmética

Una sucesión de números a, b, c, d, \dots están en progresión aritmética si al sumar una constante (razón) a cualquiera de ellos se obtiene el número siguiente:

Sea k la razón, entonces

$$a+k=b$$

$$b+k=c$$

$$c+k=d$$

.....

Para la parte (I)

Sea a, b, c, d, \dots una progresión aritmética de razón k .

$$a+k=b, b+k=c, c+k=d, \dots$$

Al sumarles una misma cantidad "p" a cada uno se forma la sucesión: a', b', c', d', \dots

$$a', b', c', d', \dots$$

$$a' = a + p, b' = b + p, c' = c + p$$

$$a' + k = a + p + k = (a + k) + p = b + p = b'$$

$$b' + k = b + p + k = (b + k) + p = c + p = c'$$

Y así sucesivamente, entonces

a', b', c', d', \dots es una progresión aritmética

Respuesta de la parte (I): Verdadero

Para la parte (II)

Sea a_1, a_2, \dots, a_n una progresión aritmética de razón k , con n par.

(II)

$$a_1 + k = a_2 \rightarrow a_2 = a_1 + k$$

$$a_2 + k = a_3 \rightarrow a_3 = a_2 + k = (a_1 + k) + k = a_1 + 2k$$

$$a_3 + k = a_4 \rightarrow a_4 = a_3 + k = (a_1 + 2k) + k = a_1 + 3k$$

.....

$$a_{n-1} + k = a_n \rightarrow a_n = a_{n-1} + k = (a_1 + (n-2)k) + k = a_1 + \frac{(n-1)k}{1} = a_1 + (n-1)k$$

$$a_i = a_1 + (i-1)k \quad \forall i = 2, 3, 4, \dots, n$$

Primero + Último =

$$a_1 + a_n = a_1 + (a_1 + (n-1)k) = 2a_1 + (n-1)k$$

Los términos centrales son $a_{\frac{n}{2}}$ y $a_{\frac{n}{2}+1}$

$$a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1} = a_1 + \left(\frac{n}{2}-1\right)k + a_1 + \left(\frac{n}{2}+1-1\right)k = 2a_1 + (n-1)k$$

→ Primero + último = Suma de los Centrales

Respuesta de la parte (I): Verdadero

Para la parte (III)

Sea a_1, a_2, \dots, a_n una progresión aritmética

Para la progresión

1, 2, 3, ... la razón es 1

Al multiplicar a todos los términos por 3

Se forma la sucesión

3, 6, 9, ... es una progresión aritmética de razón

$3 \neq 1$

Respuesta de la parte (III): Falso

Rpta. de la pregunta: **VVF**

Respuesta: B

18.

$$(k+3)x + (2k)y = 5k - 9 \dots (1)$$

$$(k+4)x + (3k-2)y = 2k + 1 \dots (2)$$

$$(2) - (1): x + (k-2)y = -3k + 10$$

$$\rightarrow x = -(k-2)y - 3k + 10 \dots (1')$$

(1') en (2):

$$(k+4)(-(k-2)y - 3k + 10) + (3k-2)y = 2k + 1$$

$$-(k+4)(k-2)y + (k+4)(-3k + 10) + (3k-2)y = 2k + 1$$

$$y(-k^2 - 2k + 8 + 3k - 2) - 3k^2 - 2k + 40 = 2k + 1$$

$$y(-k^2 + k + 6) = 3k^2 + 4k - 39$$

Multiplicando por -1

$$y(k^2 - k - 6) = -3k^2 - 4k + 39$$

$$y(k+2)(k-3) = -3k^2 - 4k + 39$$

$$y(k+2)(k-3) = -(3k^2 + 4k - 39)$$

$$y(k+2)(k-3) = -(3k+13)(k-3) \dots (2')$$

(i) Si $k \neq -2$ y $k \neq 3$

$$y = \frac{-(3k+13)(k-3)}{(k+2)(k-3)} = \frac{-(3k+13)}{(k+2)}$$

En (1') se obtiene el valor de x
 → Se tendrá solución y es única

(ii) Si $k=-2$

$$0 = -(-6+13)(-2-3)$$

Contradicción → No hay solución

(iii) Si $k=3$

$$0=0$$

Correcto hay solución y son infinitas "y" pueden tomar cualquier valor

De (1') se obtiene "x que depende de y"

Respuesta:

El sistema admite solución para $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$\rightarrow x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle -2, \infty \rangle$$

Respuesta: C

19.

Solución:

$$(1-\lambda)x + y = c$$

$$2x - \lambda y = 2c$$

$$x - y = (1+\lambda)c$$

(I) Para $\lambda = -2$

$$3x + y = c \dots \dots \dots (1)$$

$$2x + 2y = 2c \rightarrow y = c - x \dots \dots \dots (2)$$

$$x - y = -c \dots \dots \dots (3)$$

(2) en (3)

$$x - (c - x) = -c$$

$$2x = 0 \rightarrow x = 0$$

En (2): $y = c$

En (1): $3(0) + c = c$

$$c = c \text{ Correcto}$$

El sistema tiene solución $\forall c \in \mathbb{R}$

Respuesta de la parte (I): Verdadero

(II) Para $\lambda=0$

$$x + y = c \dots \dots (1)$$

$$2x = 2c \dots \dots (2)$$

$$x - y = c \dots \dots (3)$$

De (2): $x = c$

$$\text{en (1): } c + y = c \rightarrow y = 0$$

$$\text{en (3): } c - 0 = c$$

$$c = c \text{ Correcto}$$

El sistema tiene solución, entonces

Respuesta de la parte (II): Falso

(III) Para $\lambda = 1$

$$y = c \dots \dots (1)$$

$$2x - y = 2c \dots \dots (2)$$

$$x - y = 2c \dots \dots (3)$$

$$(1) \text{ en (2): } 2x - c = 2c \rightarrow \frac{3}{2}c$$

$$\text{En (3): } \frac{3}{2}c - c = 2c \rightarrow \frac{3}{2}c = 3c$$

Contradicción para todo $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

El sistema no tiene solución

para todo $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Respuesta de la parte (III) : Falso

Respuesta: C

20.

Compuestos	Unidades de A	Unidades de B
1 unidad de M	1	5
X unidades de M	X	5x
1 unidad de N	5	1
Y unidades de N	5y	Y

X unidades de M mezclado con y unidades de N	$X+5y$	$5x+y$
--	--------	--------

El costo de 1 unidad de M es 1000 soles

El costo de 1 unidad de N es 3000 soles.

Función Objetivo:

El costo de x unidades de M mezclado con y unidades de N es:

$$1000x + 3000y$$

Respuesta:

Mínimo de $1000x + 3000y$

Restricciones:

Unidades de A: $x + 5y \geq 15$

Unidades de B: $5x + y \geq 20$

$$x \geq 0$$

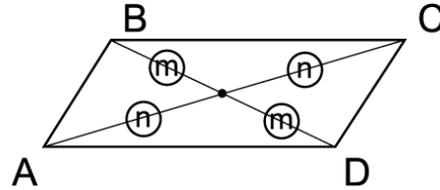
$$y \geq 0$$

Respuesta: C

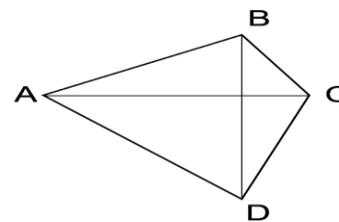
MATEMÁTICA PARTE II

21.

I. En un paralelogramo las diagonales se bisecan. Por tanto la proposición es verdadera.



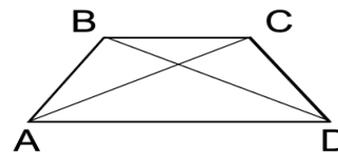
II. En el cuadrilátero como sigue :



Se tiene que: $AC = BD$ y $AC \perp BD$

Y se observa por tanto el cuadrilátero $ABCD$ no necesariamente es un cuadrado, por consiguiente la proposición es falsa.

III. En un trapecio Isósceles como sigue:

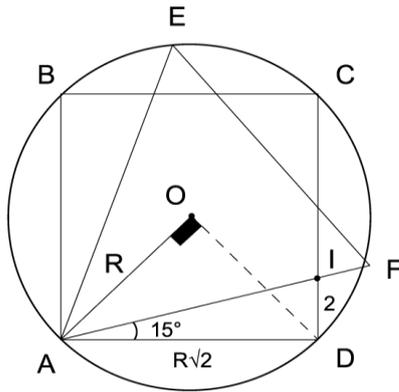


Se tiene $AC = BD$

Por tanto la proposición es verdadera.

Respuesta: C

22.



De la figura:

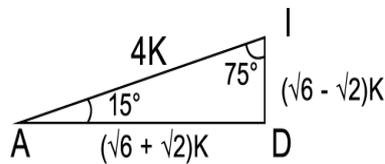
O es centro de la Circunferencia
R es radio de la Circunferencia

- Dado que el triángulo AOD es triángulo Rectángulo.

Por tanto $AD = R\sqrt{2}$

- Dado que AO es bisectriz de ángulo $\angle EAD$
Por tanto el $m\angle EAD = 15^\circ$

- En el triángulo ADI se tiene que



Por lo tanto:

$$\frac{R\sqrt{2}}{2} = \frac{(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{(\sqrt{6} - \sqrt{2})}$$

Despejando:

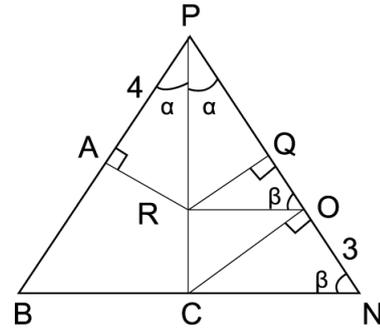
$$R = \frac{2(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{\sqrt{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2})} = \frac{2(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{\sqrt{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2})} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2(\sqrt{12} + 2)}{2(\sqrt{6} - \sqrt{2})} \cdot \frac{(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{(\sqrt{6} + \sqrt{2})} = 2\sqrt{2} + \sqrt{6}$$

Por consiguiente el radio $R = 2\sqrt{2} + \sqrt{6}$

Respuesta: C

23.



En la figura:

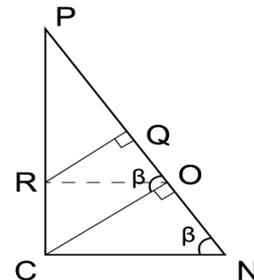
- Dado que \overline{PC} es la bisectriz interior en el triángulo BPN , por tanto al trazar \overline{RQ} perpendicular a PO obtenemos que:

$$\overline{PQ} = AP = 4\text{cm}$$

- Por otro lado se hacemos $PO = x$, entonces:

$$QO = x - 4$$

- Aplicando el Teorema de Thales en la siguiente figura:



$$\frac{PR}{RC} = \frac{PO}{ON} = \frac{K}{3} \dots (1)$$

$$\frac{PR}{RC} = \frac{PQ}{QO} = \frac{4}{x-4} \dots (2)$$

De (1) y (2) tenemos:

$$x(x-4) = 12$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

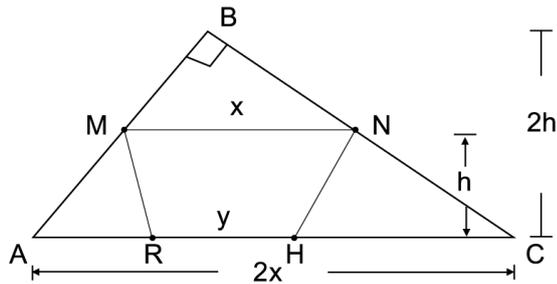
$$(x-6)(x+2) = 0$$

$$x = 6 \text{ u } x = -2$$

Por consiguiente $PO = 6\text{cm}$

Respuesta: C

24.



Sean $MN=x$, $RH=y$, y $PB=2h$

Dado que M es punto medio de \overline{AB} y

N es punto medio de \overline{BC}

Entonces en el triángulo ABC , $\overline{MN} \parallel \overline{AC}$

Por lo tanto el cuadrilátero $RMNH$ es un trapecio.

Por otro lado el área del trapecio $RMNH$ es:

$$\frac{1}{2}(2x)(2h) = \frac{4xh}{2} = 2xh$$

Pero por el dato del problema tenemos

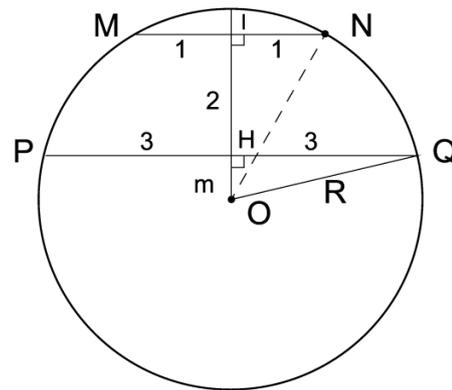
$$\begin{aligned} \frac{(y+x)}{2}h &= \frac{1}{2} \left[\frac{2xh}{1} \right] \\ y+x &= 2x \\ y &= x \end{aligned}$$

Por consiguiente $\frac{RH}{MN} = \frac{y}{x} = 1$

$$\frac{RH}{MN} = 1$$

Respuesta: D

25.



En la figura:

Sean O el Centro de la Circunferencia, \overline{MN} y \overline{PQ}

Cuerdas paralelas, R el radio de la Circunferencia y $HO = m$.

Por tanto aplicando el Teorema de Pitágoras a los triángulos $\triangle OHQ$ y $\triangle OIN$ respectivamente tenemos:

$$m^2 + 3^2 = R^2 \dots\dots(I)$$

$$(m+2)^2 + 1^2 = R^2 \dots\dots(II)$$

De (I) y (II) obtenemos:

$$m^2 + 3^2 = (m+2)^2 + 1$$

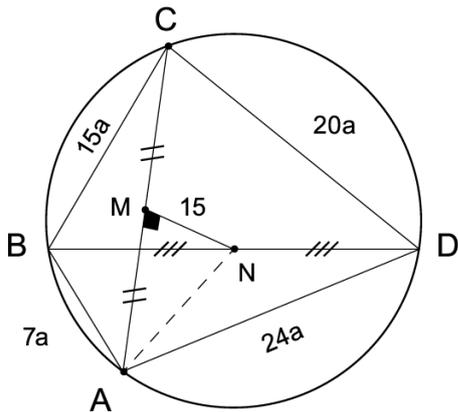
$$\begin{aligned} m^2 + 3^2 &= m^2 + 4m + 4 + 1 \\ 9 &= 4m + 5 \end{aligned}$$

$$4 = 4m \text{ ó } m = 1$$

Por consiguiente $R = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$

Respuesta: B

26.



De la figura:

Por el Teorema de Ptolomeo:

$$(BD)(AC) = (7a)(20a) + (15a)(24a)$$

$$(BD)(AC) = 500a^2 \dots (I)$$

Por el Teorema de Viette

$$\frac{BD}{AC} = \frac{(15a)(7a) + (20a)(24a)}{(24a)(7a) + (15a)(20a)}$$

$$\frac{BD}{AC} = \frac{585}{468} = 1,25$$

$$(BD) = 1,25AC \dots (II)$$

De II en I:

$$125(AC)^2 = 500a^2$$

$$AC^2 = \frac{500}{125} a^2 =$$

$$AC = 20a$$

Teniendo en cuenta II tendremos

$$BD = 1,25AC = 1,25(20a) = 25a$$

$$BD = 25a$$

Por lo tanto

$$m\angle BCD = 90^\circ \text{ y } m\angle BAD = 90^\circ,$$

M es el centro de la circunferencia y $MN \perp AC$

Por otro lado en el triángulo rectángulo AMN se tiene:

$$(AM)^2 + (15)^2 = (AN)^2$$

$$(10a)^2 + 225 = \left(\frac{25a}{2}\right)^2$$

$$a^2 = 4$$

$$a = 2$$

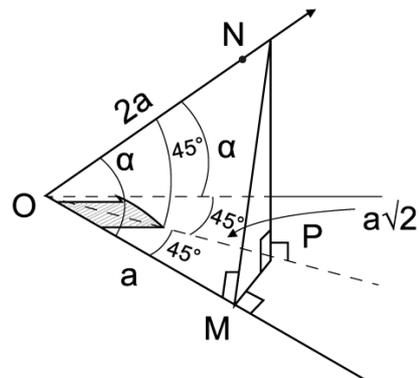
Por consiguiente el perímetro del cuadrilátero

$ABCD$ en cm es:

$$66a = 66(2) = 132$$

Respuesta: B

27.



En la figura:

Sea $OM = a$

- El triángulo OPN es isósceles por tanto $ON = 2a$, ya que $OP = a\sqrt{2}$
- El triángulo OMN es un triángulo de 30° y 60° , por consiguiente $\alpha = 60^\circ$

Respuesta: C

28.

Dado que los planos P y Q son paralelos y de $AA' = AO$.

Tenemos que por las propiedades de los puntos medios:

$$AB' = 2c$$

$$B'C' = 2a$$

$$A'C' = 2b$$

Por consiguiente el perímetro del triángulo

$$A'B'C' \text{ es: } A'B' + B'C' + A'C' = 2(a+b+c)$$

$$A'B' + B'C' + A'C' = 2p$$

Respuesta: C

29.

Sean C_i = Número de caras.

V_i = Numero de vértices.

A_i = Numero de aristas.

$i = 1$ ← Poliedro inicial

$i = 2$ ← Poliedro final

Poliedro Inicial

$C_i = ?$

$V_i =$

$A_i = 12$

$C_i + V_i = 12 + 2$

$C_i + 8 = 14$

$C_i = 6$

Poliedro Final

$A_2 = 16$

$C_2 + V_2 = 16 + 2$

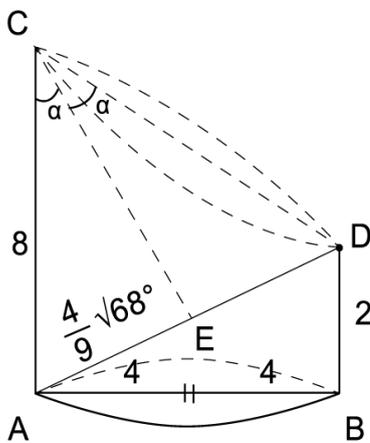
$V_2 = C_2$

$2C_2 = 18$

$C_2 = 9, V_2 = 9$

Respuesta: B

30.



De la figura

• Del triángulo ABD tenemos que:

$$AB^2 + DB^2 = AD^2, \quad AD = \sqrt{68}$$

• Dado que $AE = \frac{4}{9}\sqrt{68}$, entonces $ED = \frac{5}{9}\sqrt{68}$

• Por el teorema de la bisectriz en el triángulo ACO tenemos

$$\frac{AC}{CD} = \frac{4\sqrt{68}/9}{\frac{5}{9}\sqrt{68}} = \frac{4}{5}$$

Por tanto $AC = 4k$ y $CD = 5k$

• Usando el DAN $AC + CD = 18 \text{ cm}$

$$9k = 18 \text{ cm}$$

$$k = 2 \text{ cm}$$

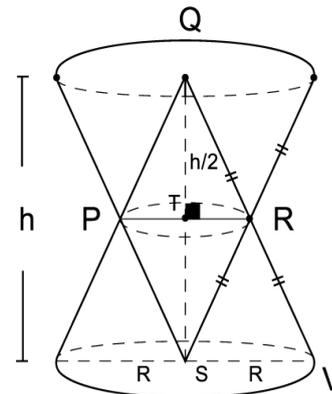
Por consiguiente el volumen (cm^3) del tronco del cilindro es:

$$\left(\frac{8+2}{2}\right)\pi(4)^2 = 80\pi$$

Respuesta: C

31.

De la figura:



Dado que T punto medio del segmento

$$2\frac{\pi}{3}(\pi R)^2 QT = 2\frac{\pi}{3}\left(\frac{R}{2}\right)^2 \frac{h}{2} = \frac{\pi R^2 h}{12} \quad y$$

R punto medio del segmento \overline{QV}

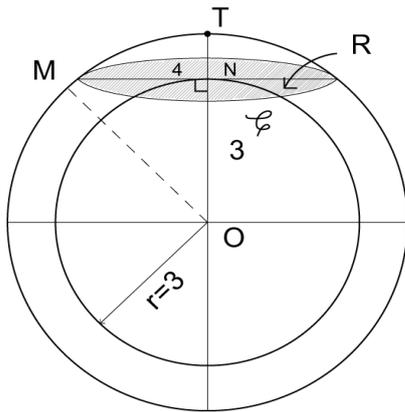
$$\text{Por tanto } TR = \frac{5v}{2}, \quad TR = \frac{R}{2}$$

Por consiguiente el volumen común es:

$$2\frac{\pi}{3}(\pi R)^2 QT = 2\frac{\pi}{3}\left(\frac{R}{2}\right)^2 \frac{h}{2} = \frac{\pi R^2 h}{12}$$

Respuesta: D

32.



De la figura:

Sea R la región acotada por la circunferencia C
 Por tanto el área de dicha región es:

$$\pi(MN)^2 = 16\pi$$

$$MN = 4$$

Del triángulo rectángulo MNO tenemos:
 $MO = 5$ y por tanto $TN = 2$

Por consiguiente el área del casquete menor formado es:

$$2\pi(OM)TN = 2\pi(5)(2) = 20\pi$$

Respuesta: C

33.

Sean α y β los ángulos en radianes.
 Por tanto del dato:

$$\frac{4}{3}(\alpha^\circ) - \frac{3}{5}(\beta^\circ) = 20$$

$$\frac{4}{3}\left(\alpha \frac{180}{\pi}\right) - \frac{3}{5}\left(\beta \frac{180}{\pi}\right) = 20$$

$$\frac{240\alpha}{\pi} - \frac{120\beta}{\pi} = 20$$

$$\frac{12\alpha}{\pi} - \frac{6\beta}{\pi} = 1$$

$$12\alpha - 6\beta = \pi \dots\dots (I)$$

Por ser complementarios $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \dots\dots (II)$

$$\text{De (I) y de (II): } (+) \begin{cases} 12\alpha - 6\beta = \pi \\ 6\alpha + 6\beta = 3\pi \end{cases}$$

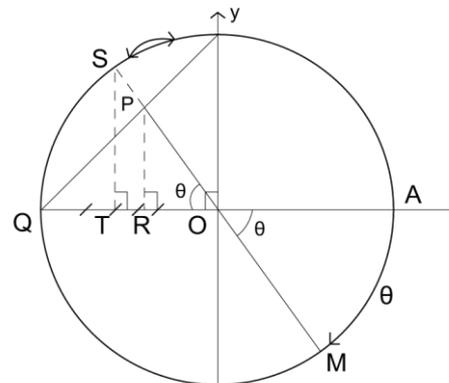
$$18\alpha = 4\pi$$

$$18\alpha = \frac{2\pi}{9} \quad \text{y} \quad \beta = \frac{\pi}{2} - 2\frac{\pi}{9} = \frac{5\pi}{18}$$

Por consiguiente el menor ángulo es: $\alpha = 2\frac{\pi}{9}$

Respuesta: C

34.



De la figura:

Dado que $AM = \theta$ entonces $m\angle SOQ = \theta$

Por tanto $ST = \text{sen}\theta$ y $TO = +\text{cos}\theta$

Si las coordenadas de P son $RO = xy$ y

$$PR = y$$

Por tanto por semejanza de triángulos:

$$\frac{PR}{ST} = \frac{RO}{TO}$$

$$\frac{y}{\text{sen}\theta} = \frac{x}{+\text{cos}\theta} \quad \text{ó} \quad \begin{cases} y = +x \tan \theta \\ x = \frac{+y}{\tan \theta} \end{cases}$$

Por otro lado como la circunferencia es trigonométrica por lo tanto:

$$y = +x + 1$$

$$y = \frac{y}{\tan \theta} + 1$$

$$y - \frac{y}{\tan \theta} = 1$$

$$y\left(1 - \frac{1}{\tan \theta}\right) = 1$$

$$y = \frac{\tan \theta}{\tan \theta - 1}$$

Respuesta: A

35.

De $\text{sen} \theta = 1 - \text{sen}^2 \theta$

$$\text{sen} \theta = \cos^2 \theta ; \quad \frac{1}{\cos \theta} = \frac{\cos \theta}{\text{sen} \theta}$$

$$\text{sec} \theta = \cot \theta ;$$

$$\text{sec}^2 \theta = \cot^2 \theta$$

$$1 + \tan^2 \theta = \text{csc}^2 \theta - 1$$

$$2 = \text{csc}^2 \theta - \tan^2 \theta$$

Por lo tanto $M = 2$

Respuesta: D

36.

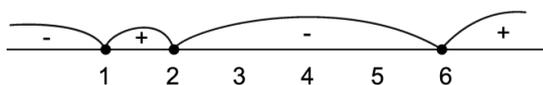
Para $\theta \in \left\langle \frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right\rangle$

Agrupando la expresión tenemos:

$$\frac{(\tan \theta - 6) + 4(\tan \theta - 1)}{(\tan \theta - 1)(\tan \theta - 5)} > 0$$

$$\frac{5(\tan \theta - 2)}{(\tan \theta - 1)(\tan \theta - 5)} > 0$$

Analizando obtenemos:



$$\tan \theta \in \langle 1, 2 \rangle \vee \tan \theta \in \langle 6, +\infty \rangle$$

$$1 < \tan \theta < 2 \vee \tan \theta > \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\arctan(1) < \theta < \arctan(2) \vee \arctan(6) < \theta < \frac{\pi}{2}$$

Respuesta: D

37.

De $f(t) = \text{sen} \left[\frac{2\pi}{365}(t-54) \right] + 11, \quad 0 \leq t \leq 365$

Tendremos menor cantidad de luz cuando:

$$\frac{2\pi}{365}(t-54) = \frac{3\pi}{2}$$

$$(t-54) = \frac{365x3}{4}$$

$$t = 54 + \frac{365x3}{4} = 327.75$$

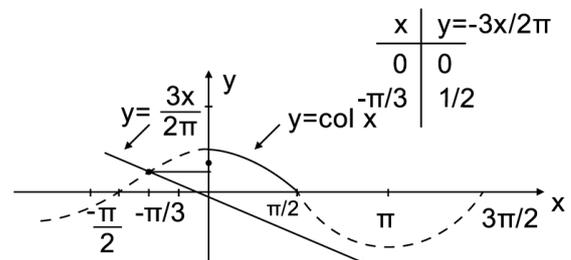
Por consiguiente la fecha será el 24 de noviembre

Respuesta: C

38.

Al graficar $y = \cos x$ e $y = \frac{-3x}{2\pi}$

Obtenemos:



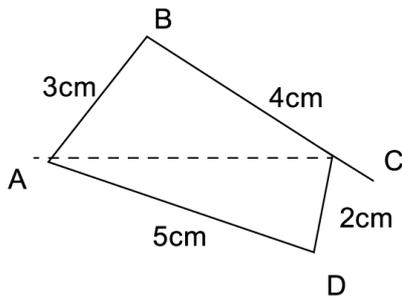
Se observa que:

$$\forall x \in \left\langle \frac{-\pi}{3}; +\infty \right\rangle : \cos x \geq \frac{-3x}{2\pi}$$

$$\text{Ó } \cos x + \frac{3x}{2\pi} \geq 0$$

Respuesta: A

39.



En la figura:

Aplicando la ley de cosenos en el triángulo ABC tenemos:

$$AC^2 = 3^2 + 4^2 - 2(3)(4)\cos(\beta) \dots (I)$$

Aplicando la ley de cosenos en el triángulo ADC tenemos:

$$AC^2 = 5^2 + 2^2 - 2(5)(2)\cos(D) \dots (II)$$

Igualando (I) y (II) tenemos:

$$25 - 24\cos(\beta) = 29 - 20\cos(D)$$

$$20\cos(D) = 4(1 + 6\cos(\beta))$$

$$1 = \frac{(1 + 6\cos(\beta))}{5\cos(D)}$$

Por consiguiente el valor de: $E = 1$

Respuesta: A

40.

Dado el punto $P(-2; \sqrt{3})$ y $\theta = 30^\circ$

El cambio de coordenadas es como sigue:

Nuevas Coordenadas:
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \text{sen} \theta \\ -\text{sen} \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Por tanto:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 30^\circ & \text{sen} 30^\circ \\ -\text{sen} 30^\circ & \cos 30^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\cos 30^\circ + \sqrt{3}\text{sen} 30^\circ \\ -(\text{sen} 30^\circ)(-2) + \sqrt{3}\cos 30^\circ \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}(-2) + \sqrt{3} \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

Por consiguiente las nuevas coordenadas del

punto P es $P\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}; \frac{5}{2}\right)$

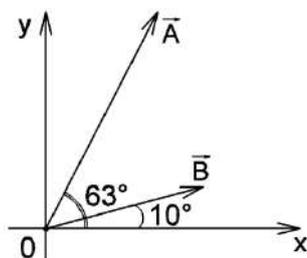
Respuesta: D

TERCERA PRUEBA

FÍSICA Y QUÍMICA

FÍSICA

01. En el dibujo se muestran los vectores \vec{A} y \vec{B} donde $|\vec{A}|=10u$ y $|\vec{B}|=5u$. Si $\vec{C}=\vec{A}+\vec{B}$ y $\vec{D}=\vec{A}-\vec{B}$, calcule el producto escalar (en u^2) de los vectores \vec{C} y \vec{D} .



- A) 25 B) 30 C) 50
D) 75 E) 100

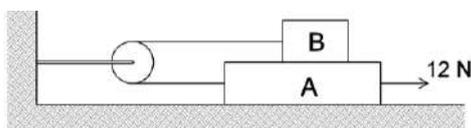
02. Una piedra se suelta desde lo alto de un edificio. La piedra golpea el suelo después de 3,25s. Calcule aproximadamente, la altura (en m) del edificio. ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$)

- A) 51,8 B) 62,5 C) 68,4
D) 71,7 E) 81,6

03. Un proyectil se dispara desde el suelo con una rapidez de 80 m/s, formando un ángulo de 60° con la horizontal. Determine aproximadamente, después de que tiempo (en s) por primera vez la velocidad forma un ángulo de 45° con la horizontal. ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$)

- A) 0,98 B) 1,98 C) 2,98
D) 3,20 E) 3,98

04. En el dibujo, el sistema se mueve sin fricción. Si el bloque A se jala con una fuerza horizontal de 12N, calcule el módulo de la aceleración (en m/s^2) con que se mueve el bloque A respecto del suelo. Las masas de los bloques A y B son 4kg y 2kg respectivamente. No considere las masas de la cuerda y la polea. ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$)



- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

05. Una estrella de neutrones tiene cinco veces la masa del Sol (M_{sol}), concentrada en una esfera de 10km de radio. Calcule aproximadamente la gravedad (en unidades de 10^{10} m/s^2) en la superficie de dicha estrella.

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \quad M_{\text{Sol}} = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$$

- A) 481 B) 664 C) 842
D) 1215 E) 2340

06. Una plancha tiene una potencia de 1,2kW. Calcule cuánto cuesta (en céntimos) el consumo de energía eléctrica al usar la plancha durante 40 minutos sabiendo que 1 kWh cuesta 40 céntimos.

- A) 16 B) 20 C) 24
D) 28 E) 32

07. Dos cuerpos de masas m_1 y m_2 se mueven con velocidades constantes en una misma línea recta. La rapidez del cuerpo de masa m_1 es "v" y se mueve a la izquierda; el cuerpo de masa m_2 y el centro de masa, se mueven a la derecha. Si la rapidez del centro de masa es "u", determine la rapidez del cuerpo de masa m_2 .

- A) $\left(\frac{m_2}{m_1} + 1\right)u + \frac{m_2}{m_1}v$ D) $\left(\frac{m_1}{m_2} + 1\right)u + \frac{m_1}{m_2}v$
B) $\left(\frac{m_1}{m_2} + 1\right)u - \frac{m_1}{m_2}v$ E) $\left(\frac{m_1}{m_2} + 2\right)u + \frac{m_1}{m_2}v$
C) $\left(\frac{m_1}{m_2} - 1\right)u + \frac{m_1}{m_2}v$

08. Un cuerpo de 1kg de masa se une al final de un resorte fijo por su otro extremo. El sistema realiza 4 oscilaciones por segundo con una amplitud de 0,4 m. Calcule aproximadamente, la energía total (en J) del sistema masa resorte.

- A) 48,03 B) 50,48 C) 52,43
D) 57,83 E) 60,23

09. La función de onda en una cuerda es: $0,4\text{sen}(3\pi x - 4\pi t)$ en unidades del S.I. Si la potencia media de la onda es de 3 mW, calcule la densidad lineal de la cuerda en kg/m.

- A) $\frac{1}{5120\pi^2}$ D) $\frac{9}{2560\pi^2}$
B) $\frac{3}{5120\pi^2}$ E) $\frac{9}{1280\pi^2}$
C) $\frac{9}{5120\pi^2}$

10. Dos bloques de masas m_1 y m_2 están unidos mediante un resorte de masa insignificante y se mueven sobre una mesa horizontal liza. Partiendo del reposo se separan los bloques estirando el resorte y se sueltan adquiriendo las aceleraciones \vec{a}_1 y \vec{a}_2 . Calcule $|\vec{a}_1|/|\vec{a}_2|$.

- A) $m_1/3m_2$ D) $m_2/2m_1$
 B) m_2/m_1 E) $2m_1/m_2$
 C) $m_1/2m_2$

11. Una roca de masa M tiene una densidad el doble que la del agua y está en el fondo de un tanque de agua. Encuentre el módulo de la fuerza normal ejercida sobre la roca. ("g" es la aceleración de la gravedad).

- A) $Mg/3$ B) $Mg/2$ C) Mg
 D) $2Mg$ E) $3Mg$

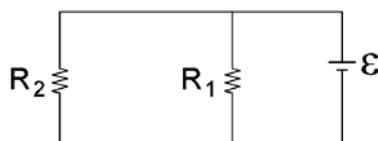
12. Un recipiente de 1L de capacidad se llena completamente de mercurio a 20°C . Calcule el volumen (en cm^3) de mercurio que se derramará si se calienta el recipiente hasta 100°C . Los coeficientes de dilatación volumétrica del mercurio y del material del recipiente son $1,8 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ y $1,2 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ respectivamente.

- A) 1,2 B) 2,4 C) 4,8
 D) 9,6 E) 14,4

13. Tres condensadores idénticos se conectan en paralelo a una fuente que genera una diferencia de potencial V_0 . Después los tres condensadores se conectan en serie, con una fuente que genera una diferencia de potencial V_1 . Determine V_1 si la energía almacenada en el sistema se mantiene igual.

- A) V_0 B) $2V_0$ C) $3V_0$
 D) $4V_0$ E) $5V_0$

14. En el circuito de la figura la fuerza electromotriz de la fuente ideal es \mathcal{E} y se mantiene constante. Si la resistencia R_2 aumenta, señale la alternativa correcta.



- A) La caída de voltaje a través de R_2 aumenta.
 B) La potencia disipada en R_2 aumenta.
 C) La corriente por R_1 aumenta.
 D) La corriente por R_1 permanece constante.
 E) La corriente por R_1 disminuye.

15. Se envía una señal de radio desde la tierra hacia Marte en dos circunstancias: cuando ambos están lo más cercanos y cuando ambos están lo más alejados. Si la distancia Tierra-Sol es de $150 \times 10^6 \text{ km}$ y la distancia Marte-Sol es de $228 \times 10^6 \text{ km}$, calcule la diferencia de tiempos (en s) que la señal de radio demora en llegar desde la Tierra a Marte en ambas circunstancias. ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$). No considere la interferencia del Sol.

- A) 900 B) 1000 C) 1100
 D) 1200 E) 1300

16. Calcule la cantidad de calor, en J, que se necesita para elevar la temperatura de 200g de vapor de agua, de 110°C a 112°C , si el proceso se realiza en un recipiente sellado. Se sabe que para el vapor de agua:

$$c_p = 2009 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \text{y} \quad c_v = 1545 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

- A) 309 B) 618 C) 802
 D) 1423 E) 1607

17. En un tubo de rayos X los electrones son acelerados mediante una diferencia de potencial de 60 kV. Calcule la longitud de onda mínima (en Å), del espectro continuo de rayos X que emite este tubo.

$$h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \quad c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \quad 1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$$

- A) 0,1 B) 0,2 C) 0,3
 D) 0,4 E) 0,5

18. Un joven de 1,8m se aproxima a un espejo convexo, caminando a lo largo del eje del espejo. Cuando se encuentra a 1,5m del espejo, su imagen virtual tiene una altura de 90 cm. Calcule el radio (en m) del espejo.

- A) 1,0 B) 1,5 C) 2,0
 D) 2,5 E) 3,0

19. Calcule aproximadamente, el campo magnético (en unidades de 10^{-3}T) en el centro de un solenoide por el cual circula una corriente de 0,05 A, si se sabe que por cada centímetro de solenoide hay 300 vueltas.

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$

- A) 1,24 B) 1,46 C) 1,64
D) 1,88 E) 1,96
20. Si el cociente entre el calor específico a volumen constante del vapor de agua y el del helio es 0,47; calcule aproximadamente el cociente entre el calor específico a presión constante del vapor de agua y del helio. La relación entre las capacidades caloríficas C_p/C_v , para el vapor de agua es 1,38 y para el helio es 1,66.

- A) 0,12 B) 0,23 C) 0,39
D) 0,61 E) 0,95

QUÍMICA

21. Respecto a las propiedades físicas de la materia, ¿cuántas de las siguientes propiedades son extensivas?

- I. Viscosidad IV. Dureza
II. Densidad V. Inercia
III. Masa

- A) 1 D) 4
B) 2 E) 5
C) 3

22. Dadas las siguientes proposiciones referidas a los números cuánticos:

- I. El número cuántico principal define el nivel energético, y sus valores están relacionados directamente con la distancia promedio del electrón respecto al núcleo.
II. El número cuántico azimutal define el subnivel energético, y sus valores están relacionados con la forma de los orbitales.
III. El número cuántico magnético define al orbital y la orientación espacial de los mismos.

Son correctas:

- A) Solo I D) I y II
B) Solo II E) I, II y III
C) Solo III

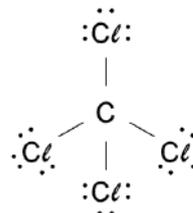
23. Al ordenar los elementos en la Tabla Periódica, se simplifica el problema de comprender la diversidad de los comportamientos químicos. Se pueden hacer afirmaciones generales acerca de su naturaleza química. Al respecto,

indique cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas:

- I. La electronegatividad del ${}_{17}\text{Cl}$ es mayor que la del ${}_{35}\text{Br}$.
II. El ${}_{3}\text{Li}$ tiene menor afinidad electrónica que la del ${}_{11}\text{Na}$.
III. El radio iónico del ${}_{27}\text{Co}^{2+}$ es mayor que el del ${}_{27}\text{Co}^{3+}$.

- A) Solo I D) I y III
B) Solo II E) II y III
C) Solo III

24. El tetracloruro de carbono (CCl_4) es una sustancia utilizada como solvente:



Señale la alternativa que presenta la secuencia correcta, después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F):

- I. La molécula presenta 4 enlaces polares.
II. El CCl_4 es una molécula apolar.
III. La polaridad del CCl_4 no depende de la geometría molecular.

Electronegatividad: C = 2,5 ; Cl = 3,0

- A) V V V D) F V F
B) V V F E) F F F
C) V F F

25. Luego de realizar la estructura de Lewis del SO_2 , un estudiante advierte que la molécula presenta enlaces azufre-oxígeno de diferente longitud. Sin embargo, al leer un libro, el autor afirma que estos enlaces son equivalentes en longitud.

Al respecto, ¿cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?

- I. El SO_2 presenta dos estructuras resonantes.
II. Una de las estructuras resonantes presenta una geometría molecular angular.
III. Puede decirse que la estructura real del SO_2 consiste en la mezcla de sus formas resonantes.

Número atómico: O = 8 ; S = 16

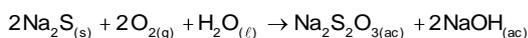
- A) Solo I D) I y III
B) Solo II E) I, II y III
C) Solo III

26. ¿Cuál de los siguientes compuestos presenta mayor número de átomos?

- A) Óxido férrico.
- B) Ácido sulfúrico.
- C) Tetraóxido de dinitrógeno.
- D) Hidróxido de magnesio.
- E) Nitrato de calcio.

27. El Na_2S es utilizado para fabricar colorantes orgánicos sulfurados y en curtiembre para remover los pelos de los cueros. Asimismo, este compuesto es fácilmente oxidado por el aire para formar tiosulfato de sodio ($\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$) y utilizado en fotografías para la disolución de haluro de plata.

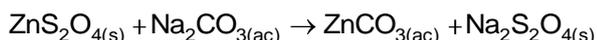
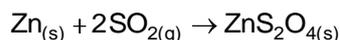
El $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ se obtiene a partir del Na_2S , según la ecuación:



¿Cuántos gramos de Na_2S se necesitan para producir tres moles de $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$? Considere que la reacción tiene un rendimiento del 65%. Masa atómica: O = 16; Na = 23; S = 32

- A) 144
- B) 288
- C) 432
- D) 576
- E) 720

28. El hidrosulfito de sodio comercial contiene 90 % de $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_4$. ¿Qué masa (en toneladas), de este reactivo comercial, puede prepararse a partir de 50 toneladas de cinc. Considere que el $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_4$ se sintetiza a partir de la siguiente secuencia de reacciones:

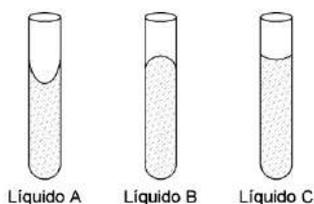


Masa atómica:

Zn = 65,4; S = 32; Na = 23; O = 16

- A) 133,03
- B) 147,80
- C) 198,81
- D) 266,06
- E) 297,62

29. En tres tubos de ensayo de vidrio, de dimensiones iguales, se colocaron tres líquidos desconocidos, tal como se muestran en las figuras:



Respecto a la forma de los meniscos de los líquidos, indique la secuencia correcta

después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F):

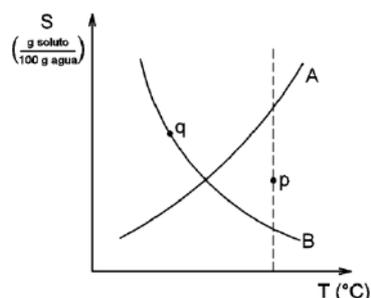
- I. El líquido A es más polar que el líquido C.
- II. El líquido B tiene mayor tensión superficial que el líquido C.
- III. Los líquidos A y C corresponden a la misma sustancia.

- A) V V V
- B) V V F
- C) V F F
- D) F V F
- E) F F F

30. Calcule el volumen de agua (en litros) requeridos para preparar 2,8 L de solución diluida de NaCl 0,15 M, a partir de una solución concentrada de NaCl 4,2 M.

- A) 0,10
- B) 1,35
- C) 2,70
- D) 3,40
- E) 4,20

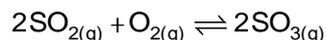
31. Se presentan las curvas de solubilidad en agua correspondiente a las sustancias sólidas A y B. Al respecto, indique la alternativa que presenta la secuencia correcta luego de determinar si las proposiciones dadas son verdaderas (V) o falsas (F).



- I. El proceso de disolución de B es exotérmico.
- II. El valor p representa una solución diluida para A.
- III. El valor q representa una solución saturada para B.

- A) V V V
- B) V V F
- C) V F F
- D) V F V
- E) F F F

32. Para el sistema en equilibrio a 298 K:



Calcule el valor de K_c , sabiendo que a 298 K las presiones parciales, en el equilibrio, de los gases SO_2 , O_2 y SO_3 son 2; 1,5 y 3 atm, respectivamente.

$$R = 0,082 \frac{\text{atm.L}}{\text{K.mol}}$$

- A) 8,2
- B) 18,3
- C) 29,8
- D) 36,6
- E) 73,2

SOLUCIÓN

FÍSICA

1.

$$|\vec{A}| = 10 \text{ u} , |\vec{B}| = 5 \text{ u}$$

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} , \vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$$

Se pide calcular el producto escalar de la suma por la diferencia de los vectores $|\vec{A}|$ y $|\vec{B}|$

$$\begin{aligned} \vec{C} \cdot \vec{D} &= (\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{A} - \vec{B}) \\ &= (\vec{A} \cdot \vec{A}) - (\vec{A} \cdot \vec{B}) + (\vec{B} \cdot \vec{A}) - (\vec{B} \cdot \vec{B}) \\ &= |\vec{A}|^2 \quad 0 \quad - |\vec{B}|^2 \\ &= (10\text{u})^2 - (5\text{u})^2 = 75 \text{ u}^2 \end{aligned}$$

Respuesta: D

2.

En un movimiento vertical con $g = \text{cte}$,

$$h = v_0 t \pm \frac{1}{2} g t^2$$

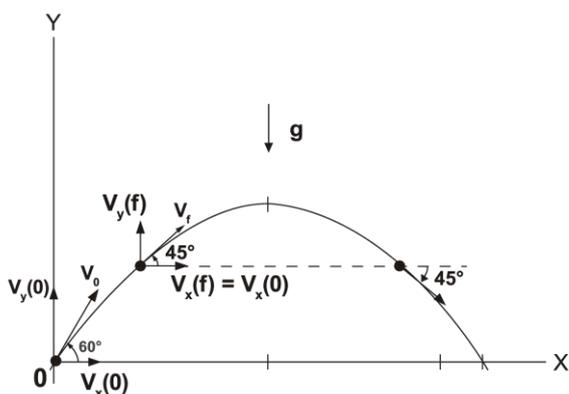
En caída libre, la velocidad inicial $v_0 = 0$.

Entonces, la altura (en metros) es:

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} (9,81 \text{ m/s}^2) (3,25 \text{ s})^2 \\ &= 51,8 \text{ m} \end{aligned}$$

Respuesta: A

3.



Sea el plano del movimiento del proyectil el plano XY. La proyección horizontal de la velocidad permanece constante y es:

$$v_{x(0)} = v_0 \cos 60^\circ = (80 \text{ m/s}) \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$v_{x(0)} = 40 \text{ m/s}$$

La proyección vertical de la velocidad inicial es

$$\begin{aligned} v_{y(0)} &= v_0 \sin 60^\circ = (80 \text{ m/s}) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &= 40\sqrt{3} \text{ m/s} \end{aligned}$$

La velocidad formará un ángulo de 45° con la horizontal, por primera vez, cuando asciende. En ese instante, sus proyecciones vertical y horizontal son iguales.

$$\frac{v_{y(f)}}{v_{x(f)}} = \tan 45^\circ = 1$$

Luego,

$$v_{y(f)} = v_{y(0)} - g t = v_{x(f)} = v_{x(0)}$$

$$40 = 40\sqrt{3} - 9,81 t \quad t \text{ en s}$$

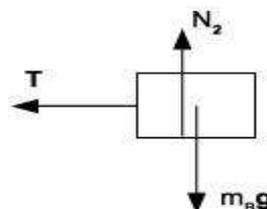
Despejando, $t = 2,98 \text{ s}$

Respuesta: C

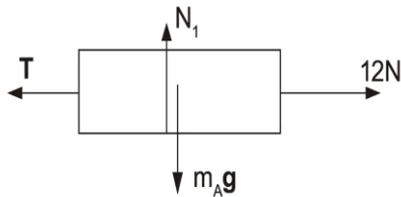
4.

DCL del Bloque B

$$\begin{aligned} F_R &= m_B a \\ T &= 2a \dots (1) \end{aligned}$$



DCL del Bloque A



$$F_R = m_A a$$

$$12 - T = 4a \dots (2)$$

Sumando

$$(1) \text{ y } (2) \Rightarrow 12 = 6a$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

Respuesta: C

5.

La masa de la estrella es:

$$M = 5 M_{\text{Sol}} = 5 (1,99 \times 10^{30} \text{ kg}) = 9,95 \times 10^{30} \text{ kg}$$

En la superficie de la estrella, cuya masa M se asume distribuida en una esfera de radio R, la aceleración debida a la gravedad es:

$$g_o = G \frac{M}{R^2}$$

$$g_o = (6,67 \times 10^{-11}) \frac{9,95 \times 10^{30} \text{ m}}{(10 \times 10^3)^2 \text{ s}^2}$$

$$g_o \approx 664 \times 10^{10} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Respuesta: B

6.

La energía consumida por la plancha (en kWh) durante 40 minutos es:

$$E = P \Delta t = (1,2 \text{ kW}) 40 \text{ min} \frac{1 \text{ hora}}{60 \text{ min}}$$

$$= 0,8 \text{ kWh}$$

Su costo será:

$$\text{Costo} = 0,8 \times 40 = 32 \text{ céntimos}$$

Respuesta: E

7.

La velocidad del centro de masa del sistema de dos partículas es:

$$\vec{v}_{\text{CM}} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

Según los datos del problema y usando las direcciones convencionales de los ejes XY, positiva hacia la derecha y negativa hacia la izquierda,

$$u = \frac{m_1(-v) + m_2(v_2)}{m_1 + m_2}$$

Despejando v_2 se obtiene:

$$v_2 = \left(\frac{m_1}{m_2} + 1\right) u + \frac{m_1}{m_2} v$$

Respuesta: D

8.

La energía mecánica total, que permanece constante, en cualquier punto x es la suma de la energía cinética y potencial elástica:

$$E = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} v^2 = \text{cte.}$$

y es igual a la energía cinética en la posición de equilibrio o la energía potencial en los extremos:

$$E = \frac{1}{2} m v_{\text{mx}}^2$$

$$E = \frac{1}{2} k A^2$$

Usemos la última expresión para calcular la energía total. La frecuencia de oscilaciones ν es:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \Leftrightarrow k = 4\pi^2 m \nu^2$$

Luego,

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} 4\pi^2 m \nu^2 A^2$$

$$= \frac{1}{2} 4(3,14)^2 (1)(4)^2 (0,4)^2$$

$$E = 50,48 \text{ J}$$

Respuesta: B

9.

La energía ΔE asociada a un elemento de cuerda Δx está por:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} (\Delta m) \omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2} (\mu \Delta x) \omega^2 A^2 \end{aligned}$$

donde μ es la densidad lineal de masa.

Esta energía se transmite a lo largo de la cuerda con una potencia media:

$$\begin{aligned} P_m &= \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left(\mu \frac{\Delta x}{\Delta t} \right) \omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{2} (\mu v) \omega^2 A^2 \end{aligned}$$

De la función que describe la onda en la cuerda se tiene:

$$A = 0,4 \text{ m}$$

$$\omega = 4\pi \text{ rad/s} \quad k = 3\pi \text{ m}^{-1}$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{4\pi}{3\pi} = \frac{4}{3} \text{ m/s}$$

Entonces,

$$\mu = \frac{2P_m}{v \omega^2 A^2} = \frac{2 \times 3 \times 10^{-3}}{\frac{4}{3} \times (4\pi)^2 (0,4)^2}$$

$$\mu = \frac{9}{5120 \pi^2} \text{ kg/m}$$

Respuesta: C

10.

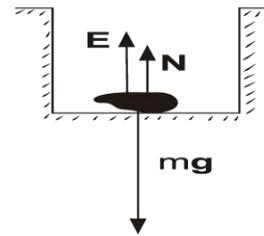
La magnitud de la fuerza elástica que actúa sobre cada bloque es la misma, entonces se cumple:

$$F = m_1 a_1 = m_2 a_2$$

$$\text{Luego, } \left| \frac{\vec{a}_1}{\vec{a}_2} \right| = \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

11.

DLC de la roca



$$E = \text{Peso del fluido desalojado} = \rho g V_s$$

V_s = Volumen sumergido y es igual al volumen de la roca : $V_R = V_s$

Además de la figura

$$Mg = N + E = N + \rho g V_s$$

$$\text{Luego, } \rho_R V_R g = N + \frac{\rho_R}{2} g V_s$$

$$N = \frac{\rho_R}{2} V_R g = \frac{Mg}{2}$$

Respuesta: B

12.

Volumen final de Mercurio:

$$V_F^{\text{Hg}} = V_0 (1 + \gamma_{\text{Hg}} \Delta T)$$

Volumen final del Recipiente:

$$V_F^{\text{Recip.}} = V_0 (1 + \gamma_{\text{Recip.}} \Delta T)$$

Volumen de Mercurio derramado:

$$V_{\text{derramado}} = V_0 (1 + \gamma_{\text{Hg}} \Delta T) - V_0 (1 + \gamma_{\text{Recip.}} \Delta T)$$

$$= V_0 (\gamma_{\text{Hg}} - \gamma_{\text{Recip.}}) \Delta T$$

$$= 1 \text{ L} (1,8 - 1,2) \times 10^{-4} \frac{1}{^\circ\text{C}} 80^\circ\text{C}$$

$$= 4,8 \times 10^{-3} \text{ L}$$

$$V_{\text{derramado}} = 4,8 \text{ cm}^3$$

Respuesta: C

13.

La energía almacenada en el arreglo de condensadores es:

$$E = \frac{1}{2} C_{eq} V^2$$

donde C_{eq} es la capacidad del condensador equivalente.

Conexión en paralelo: $C_{eq} = 3C$

Conexión en serie: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C}$

$$C_{eq} = \frac{C}{3}$$

Según dato de la pregunta, la energía almacenada es igual en ambos casos

$$E = \frac{1}{2} (3C) V_0^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{C}{3} \right) V_1^2$$

$$V_1 = 3V_0$$

Respuesta: C

14.

Datos:

La fuerza electromotriz de la fuente ε se mantiene constante.

La resistencia R_2 aumenta.

La resistencia R_1 no cambia.

A) FALSO. Es un circuito en paralelo, la diferencia de potencial es la misma en ambas resistencias e igual a la fuerza electromotriz ε de la fuente.

B) FALSO. La potencia disipada en R_2 ,

$$P = \frac{\varepsilon^2}{R_2} \text{ disminuye.}$$

C) FALSO. La corriente por R_1

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1}, \text{ permanece constante.}$$

D) VERDADERO. Según la premisa anterior, la corriente por R_1

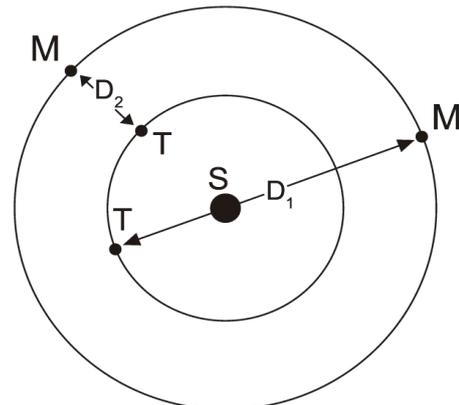
$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1}, \text{ constante.}$$

E) FALSO.

Respuesta: D

15.

Consideremos las trayectorias del movimiento de los planetas alrededor del sol como circunferencias.



La distancia Marte-Tierra cuando están:

- lo más alejado $D_1 = R_{MS} + R_{TS}$

- lo más cercano $D_2 = R_{MS} - R_{TS}$

donde R_{MS} y R_{TS} son las distancias de Marte y de la Tierra al Sol, respectivamente.

La diferencia de tiempos que demora la señal de radio en llegar desde la Tierra a Marte en ambas situaciones será:

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{D_1}{c} - \frac{D_2}{c} \\ &= \frac{R_{MS} + R_{TS} - (R_{MS} - R_{TS})}{c} = \frac{2 R_{TS}}{c} \\ &= \frac{2 (150 \times 10^9 \text{ m})}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 1000 \text{ s} \end{aligned}$$

Respuesta: B

16.

Se necesita elevar la temperatura del vapor de agua en:

$$\Delta T = (112 - 110)^\circ\text{C} = 2^\circ\text{C} = 2\text{K}$$

a volumen constante.

La cantidad de calor que se necesita será

$$Q = m c_v \Delta T = (200 \times 10^{-3} \text{ kg}) 1545 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} (2\text{K})$$

$$Q = 618 \text{ J}$$

Respuesta: B

17.

Al chocar con átomos del blanco, electrones con energía cinética $E = eV_0$, donde V_0 es diferencia de potencial, se generan rayos X.

La energía de los fotones emitidos, correspondientes a esta radiación electromagnética, es: $h\nu = eV_0 - K_B$ donde es $K_B = 0$ la energía cinética de retroceso de los átomos del blanco. Si entonces $K_B = 0$

$$h\nu_{\text{max}} = h \frac{c}{\lambda_{\text{min}}} = eV_0$$

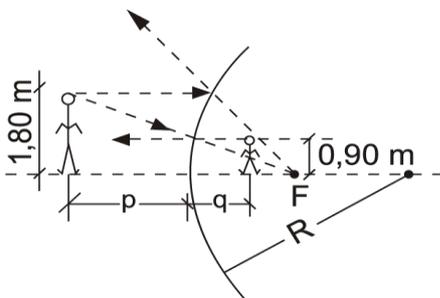
Luego,

$$\lambda_{\text{min}} = \frac{hc}{eV_0} = \frac{(6,626 \times 10^{-34} \text{ J s}) (3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})}{(1,6 \times 10^{-19} \text{ C}) (60 \times 10^3 \text{ V})}$$

$$\lambda_{\text{min}} = 0,2 \text{ \AA}$$

Respuesta: B

18.



Para espejos esféricos se cumple:

$$(*) \frac{1}{O} = -\frac{q}{p} \rightarrow q = -\frac{(0,9)(1,5)}{1,8} = -0,75 \text{ m}$$

La distancia imagen $q = -0,75 \text{ m}$
(distancia medida en la zona virtual)

$$(**) \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \rightarrow f = \frac{p q}{p + q} = \frac{1,5(-0,75)}{1,5 - 0,75}$$

La distancia focal es $f = -1,5 \text{ m}$ (en zona virtual)

$$(***) R = 2|f| = 2(1,5) = 3 \text{ m}$$

Respuesta: E

19.

El campo magnético en la parte central, próximo al eje de un solenoide de longitud muy larga es aproximadamente uniforme y su intensidad es:

$$B = \mu_0 n I$$

Donde n = número de vueltas por unidad de longitud.

$$B = \left(4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T m}}{\text{A}} \right) \left(\frac{300 \text{ vueltas}}{1 \times 10^{-2} \text{ m}} \right) (0,05 \text{ A})$$

$$B = 1,88 \times 10^{-3} \text{ T}$$

Respuesta: D

20.

Calor específico: $\frac{c_v^{\text{Vapor}}}{c_v^{\text{He}}} = 0,47 \dots \dots (I)$

Se pide $\frac{c_p^{\text{Vapor}}}{c_p^{\text{He}}}$.

Capacidad calorífica:

$$\frac{C_p^{\text{Vapor}}}{C_v^{\text{Vapor}}} = 1,38$$

$$\frac{C_p^{\text{He}}}{C_v^{\text{He}}} = 1,66$$

En general, la relación entre la capacidad calorífica y el calor específico es:

$$C = m c$$

Luego, también se cumple para el calor específico del vapor de agua y del helio:

$$\frac{c_p^{\text{Vapor}}}{c_v^{\text{Vapor}}} = 1,38 \dots \dots \dots \text{(II)}$$

$$\frac{c_p^{\text{He}}}{c_v^{\text{He}}} = 1,66 \dots \dots \dots \text{(III)}$$

Dividiendo (II) entre (III) y usando el dato (I)

$$\frac{\frac{c_p^{\text{Vapor}}}{c_v^{\text{Vapor}}}}{\frac{c_p^{\text{He}}}{c_v^{\text{He}}}} = \frac{c_p^{\text{Vapor}}}{c_p^{\text{He}}} \frac{c_v^{\text{He}}}{c_v^{\text{Vapor}}} = \frac{c_p^{\text{Vapor}}}{c_p^{\text{He}}} \frac{1}{0,47} = \frac{1,38}{1,66}$$

$$\frac{c_p^{\text{Vapor}}}{c_p^{\text{He}}} = 0,47 \frac{1,38}{1,66} = 0,39$$

Respuesta: C

QUÍMICA

21.

Las propiedades físicas de la materia son aquellas que pueden determinarse al ocurrir un cambio físico, dentro de estas propiedades tenemos a las propiedades extensivas (dependen de la masa y son aditivas) y las propiedades intensivas (no dependen de la masa y no son aditivas).

Propiedades Extensivas: Masa, Inercia

Propiedades Intensivas: Viscosidad, Densidad y Dureza

Respuesta: B

22.

Los números cuánticos son ciertos valores discretos que caracterizan la energía de un electrón en un átomo.

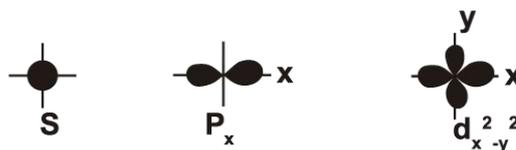
Numero Cuántico Principal (n): Define el nivel de energía del electrón y el tamaño del orbital atómico. También está relacionado con la distancia promedio del electrón con respecto al núcleo atómico

$$n=1,2,3,4,5,\dots\dots\dots\infty$$

Número Cuántico Secundario (ℓ): Es también conocido como número cuántico azimutal, define el subnivel de energía del electrón y la forma de los orbitales atómicos.

$$\ell = 0 , 1 , 2 , 3, \dots\dots\dots, (n-1)$$

s p d f



Numero Cuántico Magnético (m_ℓ): Define el orbital atómico donde se encuentra el electrón y la orientación espacial del orbital atómico.

$$m_\ell = -\ell, -\ell + 1, \dots\dots\dots, 0, \dots\dots\dots, +\ell - 1, +\ell$$

Numero Cuántico de Spin (m_s): Está relacionado con el comportamiento de giro del electrón.

$$m_s = +\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}$$

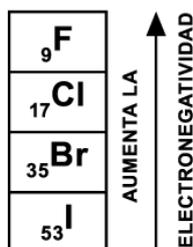
- I. V
- II. V
- III. V

Respuesta: E

23.

El ordenamiento de los elementos químicos en la tabla periódica se realiza de acuerdo a su número atómico (Z) y tomando en cuenta su configuración electrónica.

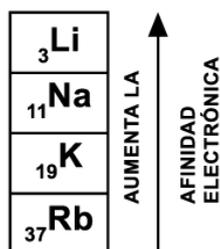
- I. La electronegatividad (χ) es una propiedad periódica que se establece como la capacidad que tiene el átomo de un elemento para atraer los electrones de enlace. Esta propiedad aumenta por lo general en un periodo de izquierda a derecha y en un grupo de ABAJO hacia ARRIBA. La escala más utilizada de electronegatividades es la Linus Pauling.



$$\chi(Cl) > \chi(Br)$$

(V)

- II. La afinidad electrónica (AE) es la energía involucrada para que un átomo gaseoso gane un electrón y forme su respectivo anión gaseoso. Esta propiedad aumenta en un grupo de abajo hacia arriba y un periodo de izquierda a derecha.



$$AE(Li) > AE(Na)$$

(F)

- III. El radio atómico es la distancia promedio entre dos átomos de un mismo elemento cuando están enlazados. Si la especie gana o pierde electrones formara un anión o catión, respectivamente. Para cationes metálicos a mayor carga del Ion, este presentará menor tamaño

$$RI.(C_o^{2+}) > RI.(C_o^{3+})$$

(V)

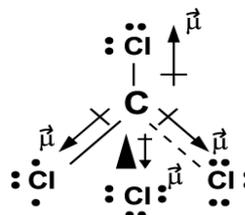
R.I: Radio Iónico.

Respuesta: D

24.

- I. Un enlace covalente polar se produce cuando dos átomos de elementos diferentes comparten electrones de manera no equitativa, esto debido a sus electronegatividades.

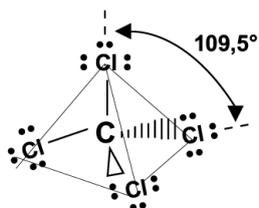
Un enlace covalente polar presenta un momento dipolar de enlace ($\vec{\mu}$) el cual se representa por un vector que está orientado desde la especie menos electronegativa hacia la especie más electronegativa.



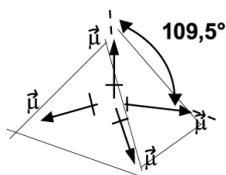
La molécula presenta 4 enlaces covalentes polares (C-Cl)

(V)

- II. La polaridad de una molécula depende de la geometría de la molécula y de los momentos dipolares de enlace. Si la molécula presenta $\mu_{neto} = 0$ es una molécula apolar, pero si presenta la molécula $\mu_{neto} > 0$ es una molécula polar.



Geometría Molecular
Tetraédrica



$\mu_{\text{neto}} = 0$
Molécula Apolar

(V)

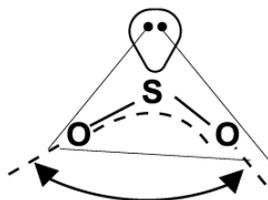
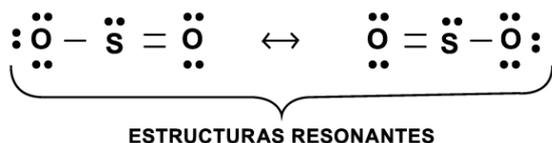
III. (F)

Respuesta: E

Respuesta: B

25.

Estructura de Lewis del SO_2



Híbrido de resonancia:

- Geometría Molecular: Angular
- Molécula Apolar

I. V

II. V, cada estructura resonante presenta Geometría Molecular Angular.

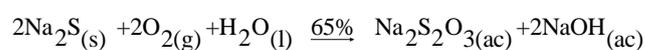
III. V, cada estructura resonante contribuye al híbrido de resonancia.

Respuesta: E

26.

	Fórmula	Número de Átomos
A)	Fe_2O_3	5
B)	H_2SO_4	7
C)	N_2O_4	6
D)	$Mg(OH)_2$	5
E)	$Ca(NO_3)_2$	9

27.



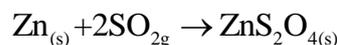
x g Na_2S = 3 mol $Na_2S_2O_3$ 3 mol

$$x \text{ g } Na_2S = 3 \text{ mol } Na_2S_2O_3 \cdot \frac{100}{65} \cdot \frac{2 \text{ mol } Na_2S}{1 \text{ mol } Na_2S_2O_3} \cdot \frac{78 \text{ g } Na_2S}{1 \text{ mol } Na_2S}$$

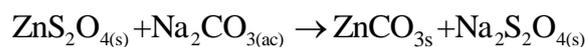
$$= 720 \text{ g } Na_2S$$

Respuesta: E

28.



50 toneladas



X toneladas

$$= 50 \text{ TM Zn} \cdot \frac{10^6 \text{ g Zn}}{1 \text{ TM Zn}} \cdot \frac{1 \text{ mol Zn}}{65,4 \text{ g Zn}} \cdot \frac{1 \text{ mol ZnS}_2\text{O}_4}{1 \text{ mol Zn}} \cdot \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{S}_2\text{O}_4}{1 \text{ mol ZnS}_2\text{O}_4} \cdot \frac{174 \text{ g Na}_2\text{S}_2\text{O}_4}{1 \text{ mol Na}_2\text{S}_2\text{O}_4}$$

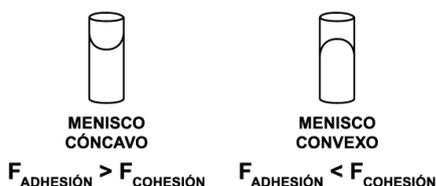
$$\frac{1 \text{ TM } Na_2S_2O_4}{10^6 \text{ g } Na_2S_2O_4} \cdot \frac{100}{90} = \frac{100}{90} = 147,808 \text{ TM } Na_2S_2O_4$$

Respuesta: B

29.

La tensión superficial (γ) es la tendencia de las moléculas en la superficie de un líquido a ser atraídas hacia su seno y cuyo resultado es que la superficie se haga lisa. Normalmente un incremento en las fuerzas intermoleculares en el líquido, permite que la tensión superficial se incremente.

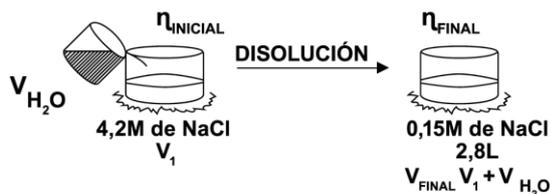
La acción capilar, el ascenso de los líquidos por tubos finos, ocurren cuando existen atracciones favorables entre las moléculas del líquido y la superficie interna del tubo. Una indicación de las fuerzas relativas de adhesión y cohesión es la formación de un menisco, la superficie curva del líquido que se forma en un tubo angosto.



- I. El líquido A presenta mayores fuerzas intermoleculares (Fuerza de Cohesión) que el líquido C, presentando sus moléculas mayor polaridad molecular. (V)
- II. De los tres líquidos, el líquido B presenta mayores fuerzas intermoleculares (Fuerzas de Cohesión), presentando mayor tensión superficial. (V)
- III. Si los líquidos A y C correspondieran a una misma sustancia, deberían tener la misma forma que su menisco. (F)

Respuesta: B

30.



Para el soluto $\Rightarrow n_{inicial} = n_{final}$

$$(4,2M)(V_1) = (0,15M)(2,8L)$$

$$v_1 = 0,1L$$

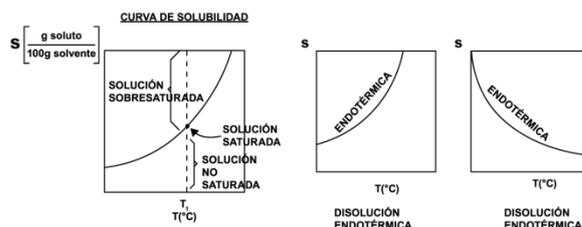
$$2,8L = 0,1L + V_{H_2O}$$

$$v_{H_2O} = 2,7L$$

Respuesta: C

31.

La solubilidad es la cantidad máxima de soluto (en gramos) que puede disolverse por cada 100 gramos de disolvente (por ejemplo agua) a una cierta temperatura. Normalmente la solubilidad de sólidos y líquidos disueltos en un líquido se ve favorecidos por el incremento de la temperatura.



I.(V)

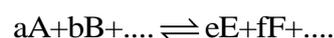
II. Las soluciones no saturadas son aquellas que presentan una cantidad de soluto por debajo de lo que indica su solubilidad a una cierta temperatura, algunas veces se les clasifica como soluciones diluidas y soluciones concentradas. (V)

III. Todo punto sobre a curva de solubilidad, indica siempre a una disolución saturada a cierta temperatura. (V)

Respuesta: A

32.

Para una reacción química en equilibrio



$$K_c = \frac{[E]^e [F]^f \dots}{[A]^a [B]^b \dots} \quad K_p = \frac{p_E^e p_F^f \dots}{p_A^a p_B^b \dots}$$

[] : Concentración molar : (mol/L)

p : Presión Parcial (atm)

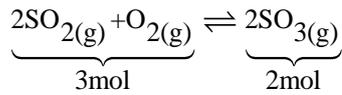
K_c : Constante de equilibrio en función de las concentraciones molares.

K_p : Constante de equilibrio en función de las presiones parciales.

La relación que existe entre K_c y K_p está dada por:

$$K_p = K_c (RT)^{\Delta n}$$

$$\Delta n = \sum_{\text{productos}} \text{coeficientes} - \sum_{\text{reactivos}} \text{coeficientes}$$



$$\Delta n = -1$$

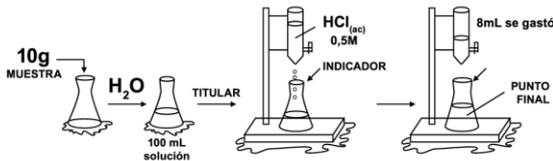
$$K_p = \frac{p^2 \text{SO}_3}{p^2 \text{SO}_2 p \text{O}_2} = \frac{3^2}{2^2 (1,5)} = 1.5$$

$$1.5 = K_c (0.082 \cdot 298)^{-1}$$

$$K_c = 36,654$$

Respuesta: D

33.



En el punto final

$$\#eq_{\text{sustancia monobásica}} = \#eq_{\text{HCl}_{(\text{ac})}}$$

$$\left(\frac{m}{M}\right)_{\text{sustancia monobásica}} = (M\theta V)_{\text{HCl}_{(\text{ac})}}$$

$$\frac{m}{303 \text{ g/mol}} \cdot 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} = 0.5 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \cdot 1 \frac{\text{eq}}{\text{mol}} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ L}$$

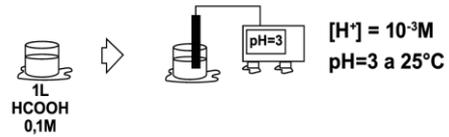
$$m = 1.212 \text{ g Cocaína}$$

$$\%m = \frac{1,212\text{g}}{10\text{g}} \cdot 100$$

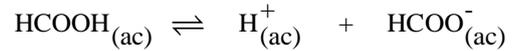
$$\%m = 12.12$$

Respuesta: A

34.



Según la teoría de Arrhenius:



Inicial : 0.1 M

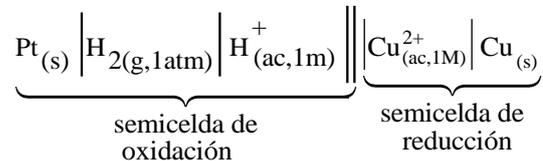
Cambio : -10^{-3}M $+10^{-3}\text{M}$ $+10^{-3}\text{M}$

Equilibrio : $\underbrace{0.1\text{M} - 10^{-3}\text{M}}_{\text{no ionizado}}$ 10^{-3}M 10^{-3}M

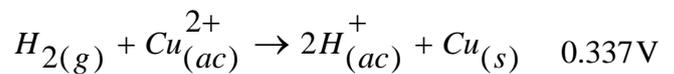
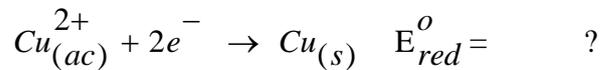
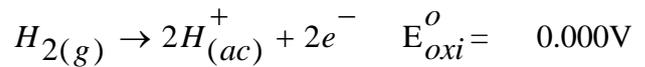
$$0.099 \frac{\text{mol HCOOH}}{\text{L}} \times 1 \text{ L} \cdot \frac{46 \text{ g HCOOH}}{1 \text{ mol HCOOH}} = 4.554 \text{ g HCOOH}$$

Respuesta: B

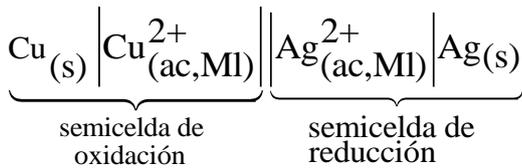
35.



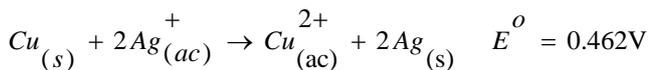
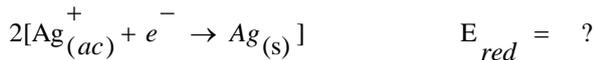
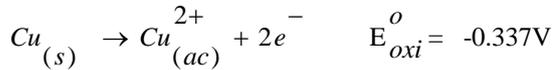
$$E^\circ = +0,337\text{V}$$



$$E^\circ(\text{Cu}^{2+} \mid \text{Cu}) = +0.337\text{V}$$

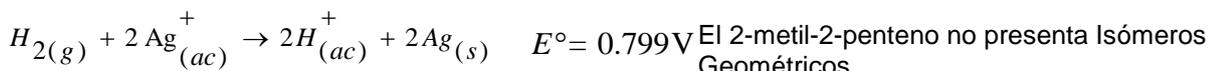
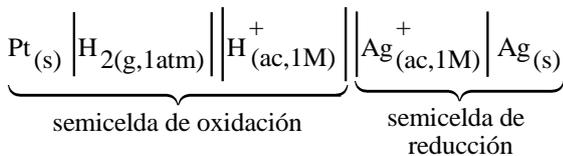


$$E^{\circ} = +0,462V$$



$$E^{\circ}(\text{A}^{+} \mid \text{Ag}) = +0,799V$$

Para la celda



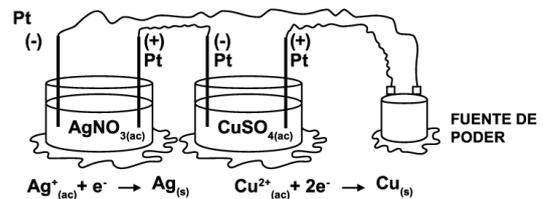
I. F, Es +0.799 V

II. V

III. F, es el agente reductor.

Respuesta: B

36.



Al paso de 2F se depositan 22 mol Ag y 1 mol Cu

$$2(108 \text{ g Ag}) \text{ ---- } 63.5 \text{ g Cu}$$

$$x \text{ ---- } 6.00 \text{ g Cu}$$

$$x = 20,409 \text{ g Cu}$$

Respuesta: C

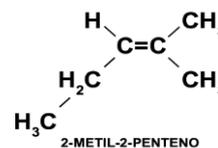
37.

I.



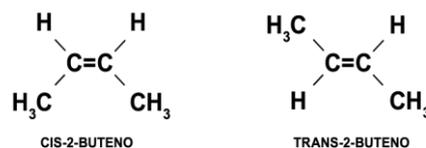
El n-hexano se presenta 5 isómeros de cadena (V)

II.



El 2-metil-2-penteno no presenta Isómeros Geométricos (F)

III.



(F)

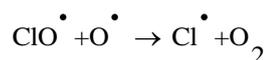
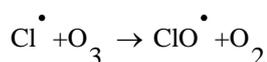
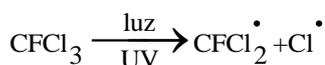
Respuesta: A

38.

La capa de ozono se encuentra en la estratósfera, la cual está situada a una altura de 10 a 50 Km. El ozono se forma en la estratósfera por la acción de los rayos solares sobre el oxígeno. El mecanismo de formación del ozono estratosférico fue esclarecido en 1930 por el geofísico británico Sydney Chapman.

Cuando los rayos ultravioletas se encuentran con el ozono en la atmósfera son absorbidos por él. El ozono (O₃) como secuencia de este proceso, se descompone dando lugar tanto a moléculas de oxígeno (O₂) como átomos de oxígeno (O).

Los clorofluorcarbonados (CFC) destruyen el ozono de la estratósfera. Según el siguiente mecanismo:



Los catalizadores del proceso de destrucción química son radicales libres, es decir, átomos, moléculas, o grupos de átomos con electrones sin aparear.

Principalmente actúan como tales, átomos de

Cloro y de Bromo, Radicales Hidroxilo ($\dot{\text{O}}\text{H}$) y

Óxido Nítrico ($\dot{\text{N}}\text{O}$).

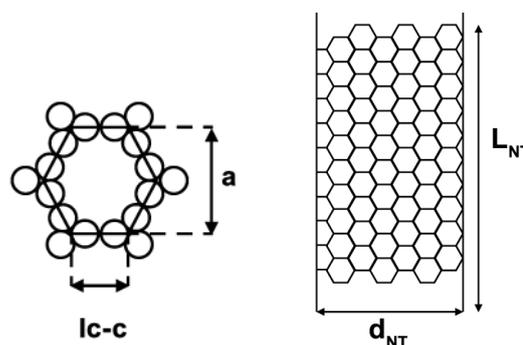
Entre algunos productos que contribuyen a la destrucción de la capa de ozono se encuentran los óxidos de nitrógeno, los halones y el Bromuro de Metilo.

- I. V
- II. V
- III. V

Respuesta: E

39.

La estructura atómica de los nanotubos de carbono ha sido analizada desde el descubrimiento de los nanotubos de carbono de paredes múltiples en 1991 por lijima. A continuación se muestra un esquema de las escalas de longitud en la estructura reticular atómica de un monotubo de carbono.



$l_{\text{C-C}}$: Longitud de C-C (1.41-1.42 Å)

a : Tamaño de anillo de carbono (2.46 Å)

d_{NT} : Diámetro de un nanotubo de carbono (13.6 Å)

L_{NT} : Longitud de un nanotubo de Carbono (52.5 Å)

Los nanotubos de carbono (CNT) tienen características, propiedades estructurales únicas. Además de ser muy pequeños, tiene una gran perfección estructural y excepcionales propiedades electrónicas, mecánicas, ópticas, térmicas y de transporte.

Los CNT presentan aplicaciones que incluyen sensores, electrodos, materiales de emisión de campo, soporte de catalizador, dispositivos electrónicos, refuerzos en compuestos de alto rendimiento, dispositivos nanoelectrónicos y supercondensadores.

- I. F
- II. V
- III. V

Respuesta: A

40.

El término biotecnología se remonta a 1919, cuando fue acuñado por primera vez por el ingeniero húngaro Karl Erkey. En ese momento, la biotecnología abarcaba el uso de organismos vivos para la producción de nuevos productos a partir de materias primas de origen biológico. De ahí el nombre que consiste en una combinación de las palabras griegas: Bios: vida, Techno: tecnología y Logos: estudio.

La definición de biotecnología de la Organización para la cooperación y el desarrollo económico (OCDE) de 2003 es la "Aplicación de Principios Científicos y de ingeniería al procesamiento de materiales por parte de agentes biológicos para proporcionar bienes y servicios; la nueva biotecnología implica el uso de procesos celulares

y moleculares para resolver problemas o fabricar productos”

La biotecnología es un campo multidisciplinario e interdisciplinario, más que una disciplina única, que ha dado lugar a una gama de productos y procesos en la ciencia de la vida. La tecnología se ha aplicado al desarrollo de nuevos medicamentos, plantas y animales mejorados, así como a la fabricación más eficiente de productos cotidianos.

- I. V, Desde la antigüedad con la elaboración del vino y el pan por ejemplo.
- II. F, La Biorremediación utiliza microorganismos, plantas, hongos o enzimas para disminuir la contaminación.
- III. V.

Respuesta: B