UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

ADMISIÓN UNI
OFICINA CENTRAL

SOLUCIONARIO

ADMISIÓN 2018-1

EXCELENCIA & ÉTICA

ADMISIÓN UNI 2018-1

SOLUCIONARIO DEL EXAMEN DE ADMISIÓN 2018-1
DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Julio de 2018

Diagramación y composición de textos:
OFICINA CENTRAL DE ADMISIÓN

Índice

Solucionario del Examen de Admisión 2018-1 de la Universidad Nacional de Ingeniería

Rector	**:**	Dr. Jorge Alva Hurtado
Jefe de la Oficina Central de Admisión	**:**	Mg. Ing. Noemí Quintana Alfaro

RESPONSABLES DE LAS SOLUCIONES

PRIMERA PRUEBA:Aptitud Académica y Humanidades

Humanidades	:	
Razonamiento Verbal	:	Dr. Desiderio Evangelista Huari
Razonamiento Matemático	:	Lic. Chung Ching Ricardo

SEGUNDA PRUEBA: Matemática

Matemática Parte 1	:	Mg. William Echegaray Castillo
Matemática Parte 2	:	Mg. Jesus Cernades Gomez

TERCERA PRUEBA: Física y Química

Física	:	Mg. Manuel Brocca Pobes
Química	:	Mg. Golfer Muedas Taipe

PRESENTACIÓN

Quienes aspiran a ingresar a la UNI son aquellos estudiantes que quieren trascender y llegar lejos.

Los exámenes miden las habilidades, aptitudes, inteligencia lógico-matemática, aptitud verbal y competencias de los postulantes.

La Oficina Central de Admisión, con el propósito de orientar a los postulantes para su mejor preparación, pone a su disposición este solucionario, donde se presentan los enunciados y soluciones del último examen de admisión de todas las modalidades, asimismo la Prueba de Aptitud Vocacional para Arquitectura.

Nuestro objetivo es que este compendio sirva a quienes deseen estudiar en nuestra Universidad.

Dr. Jorge Alva Hurtado
Rector, UNI

1

ENUNCIADO Y SOLUCIÓN DEL EXAMEN DE ADMISIÓN ORDINARIO 2018-1

PRIMERA PRUEBA

APTITUD ACADÉMICA Y HUMANIDADES

SOLUCIONARIO DE RAZONAMIENTO MATEMATICO

CONCURSO DE ADMISION UNI 2018 – 1

Pregunta 01

Juan se dedica a la venta de libros. El primer día vende 6; el segundo día vende 9; el tercer día 14; el cuarto día 21 y así sucesivamente hasta que el último día vendió 405 libros. Determine la cantidad de días que estuvo vendiendo.

Tenemos la sucesión numérica:

6, 9, 14, 21, ..., 405.

Entonces

$x_n = 3n + 6 + n(n-1) = n^2 + 2n + 6;\ \ n = 0,1,2,3 \ldots.$

Del dato $x_n = 3n + 6 + n(n-1) = n^2 + 2n + 6 = 405$

Entonces n=19. Por lo tanto, desde n=0 hasta n=19 hay 20 números.

Es decir Juan vendió durante 20 días.

CLAVE E

Pregunta 02

Determine el producto de los coeficientes de la función cuadrática que origina la siguiente sucesión:

Tenemos la sucesión numérica:

2, 5, 10, 17, 26,.......

Entonces

$$x_n = 3n + 2 + n(n-1) = n^2 + 2n + 2;\ \ n = 0,1,2,3 \ldots$$

Luego nos piden (1)(2)(2)=4

Pero debemos descartar otras soluciones: $y_n = 3n - 1 + (n-2)(n-1) = n^2 + 1;\ \ n =$ 1,2,3 .....Entonces nos piden (1)(1)=1 que no está entre las claves.

CLAVE A

Pregunta 03

Determine el valor de "x" en la siguiente sucesión:

12 , 34 , 67 , 12 , 89 , x

Tenemos la sucesión numérica:

12, 34, 67,12, 89, x

Como la sucesión es finita no tiene una fórmula general, sino particular.

De 34+55, sumo las decenas resultando 8. Sumo las unidades resultando 9, y coloco los dígitos distintos de estos dos resultados, es decir 89

De 67+55, sumo las decenas resultando 11. Sumo las unidades resultando 12, y coloco los dígitos distintos de estos dos resultados, es decir 112.

CLAVE B

Pregunta 04

Halle el valor de "X" en:

4	**5**	**9**
3	**6**	**6**
5	**7**	**8**
1	**9**	**X**

Del cuadro, tenemos que:

Las Decenas de 5x9=45 es 4 Columna de la izquierda)

Las Decenas de 6x6=36 es 3 Columna de la izquierda)

Las Decenas de 7x8=56 es 5 Columna de la izquierda)

Las Decenas de 9x=1_ debe ser 1. Entonces x=2.

CLAVE C

Pregunta 05

De un libro de química de 452 páginas se han arrancado cierto número de páginas del principio, verificando que en la numeración de las páginas que restan se utilizaron 1 129 cifras. Determine la suma de los dígitos de la cantidad de hojas que se arrancaron.

Del dato, tenemos que:

De la página 1 a la 9 se usan 9x1=9 cifras.

De la página 10 a la 99 se usan 90x2=180 cifras

De la página 100 a la 452 se usan 353x3=1059 cifras

Total cifras utilizadas 9+180+1059=1248 cifras

Pero han quedado 1129 cifras. Entonces se han arrancado 1248-1129=119 cifras

119=9+110, es decir las 9 primeras páginas (del 1 al 9) y 110/2=55 páginas siguientes (del 10 a la 54). Luego se arrancaron 9+55=64 páginas=32 hojas.

Están pidiendo 3+2=5.

CLAVE A

Pregunta 06

Se desea saber las longitudes de los lados
x e y (x ≠ y) de un triángulo isósceles, que verifican las ecuaciones:
5x4 + 5x3 - 84xz +216 = 0 e

y4 +y3 -212y + 528 = 0

Información proporcionada:

I. Longitud del lado desigual -longitud del lado igual > 0

II. Longitud del lado igual y longitud del lado desigual forman parte de un triángulo rectángulo no notable de área entre $\frac{5}{2}$ y $\frac{7}{2}$ unidades cuadradas.

De la ecuación:

$5x^4+5x^3-84x^2+216=0=(x-2)(x-3)(5x^2+30x+36)$ tenemos que x=2, x=3

De la ecuación $y^4+y^3-212y+528=0=(y-3)(y-4)(y^2+8y+44)$ tenemos que y=3, y=4

Luego los triángulos que se forman son: 2, 2 y 3; 2, 2 y 4; 3, 3 y 4; 3, 3 y 2; 4, 4 y 2; 4, 4 y 3

Entonces quedan los triángulos 2, 2 y 3; 2, 2 y 4; 3, 3 y 4

Entonces quedan los triángulos rectángulos $2,3\ y\ \sqrt{13}$; $2,4\ y\ \sqrt{12}$; $2,3\ y\ \sqrt{5}$; $2,4\ y\ \sqrt{20}$, etc.

De I y II: quedan dos triángulos $2,3\ y\ \sqrt{13}$; $2,4\ y\ \sqrt{12}$.

CLAVE C

Pregunta 07

Se desea determinar el promedio aritmético de las notas de un grupo de "N" alumnos.

Información brindada:
I. La moda y la mediana
II. La frecuencia de las notas

De las informaciones, tenemos que:

Moda, valor que más se repite en un conjunto de datos

Mediana, valor que ocupa la posición de un conjunto de números ordenados

Con estos datos no puede hallarse el Promedio de un conjunto de números.

Si conocemos la frecuencia de las notas, sí es posible obtener el Promedio de dichos números.

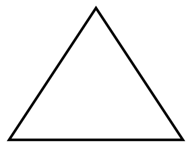
CLAVE B

Pregunta 08

Se desea determinar si el triángulo mostrado es equilátero:

Información brindada:
I. x = y
II. z = 60

De las informaciones, tenemos:



De I, se obtiene que 2x+z=180 y al menos el TRIANGULO es ISOSCELES

De II, se obtiene que x+y=120 no hay seguridad del tipo de TRIANGULO

De ambas x=y=60 Entonces z=60 ENTONCES el Triángulo es Equilátero.

CLAVE C

Pregunta 09

Se desea calcular el volumen de una pirámide regular de base cuadrada. Se conoce la siguiente información:

I. La altura de la pirámide y la longitud de una de sus aristas laterales
II. El área de la base

Se sabe que $V = \frac{1}{3}Bh$ con B=área de la base y h=altura. Sea a=arista de la pirámide y l=lado de la base.

De I: $b = \sqrt{a^2 - h^2}$ entonces $l = b\sqrt{2}$ luego $V = \frac{2}{3}b^2h = \frac{2}{3}(a^2 - h^2)h$

De II: No puede deducirse V.

CLAVE A

Pregunta 10

Dos televisores se compraron en S/ 3 000 y se desea conocer el precio que se pagó por cada uno de ellos.

Información brindada:

I. El primero costó el 80% del segundo.
II. En el segundo TV se obtuvo un descuento del 20% del precio original.

De las informaciones, tenemos que:

De I, $C_1 = 0.8C_2$ Entonces $0.8C_2 + C_2 = 3000$. Luego $C_2 = 1666.66$; $C_1 = 1333.33$

De II, Conocido el descuento del 2do TV no garantiza que conozca su precio.

CLAVE A

Pregunta 11

Halle el valor de un número de la forma N = 3ab cuya suma de sus cifras sea un número par.

Información brindada:
I. N es múltiplo de 6
II. La suma de las cifras de N es la máxima posible

De las informaciones, tenemos que:

a+b es impar, pues 3+a+b es par.

De I, N es múltiplo de 2 y de 3, entonces b es par y a+b=múltiplo de 3 hay muchas respuesta para a y b. Por ejemplo si b=2, a=1, 4 o 7

De II, a+b es la máxima posible y es impar, entonces a+b=17, pero también hay muchas respuestas. Por ejemplo a=9 y b=8

De ambas, IGUALMENTE hay varias respuestas como: a=9 y b=6, a=7 y b=8.

CLAVE E

Pregunta 12

Para x, y números naturales, se define la operación

$$x * y = \text{resto}\left(\frac{x}{y}\right)$$

Sean Z = p g q ; $T = (p-1)(q-1)$; p y q primos. Si $(71\,\mathrm{g}S) * T = 1$, $S \in \langle 0, T\rangle$, S es un número natural y Z = 437. Halle S + E, donde E = $40^{71} * Z$

De las informaciones:

Para x, y números naturales, se define la operación

$$x * y = \text{resto}\left(\frac{x}{y}\right),$$

Sean Z= p • q; T = (p - 1) (q - 1); p y q primos. Si (71 • S) * T = 1, S ϵ $\langle 0, T\rangle$, S es número natural y Z = 437. Halle S + E, donde E = 40^{71} • Z.

Tenemos que:

Z=437=23x19=19x23. Entonces T=22x18=396

Como (71s)*T=1 entonces $71s = \overline{396} + 1$ donde $\overline{396}$ indica múltiplo de 396. Entonces s=251

Luego $E = 40^{71} * 437 = Resto\left(\frac{40^{71}}{437}\right) = 67.$ Por lo tanto s+E=251+67=318.

CLAVE A

Pregunta 13

Se tienen 5 monedas idénticas no homogéneas, de tal forma que la probabilidad de que, al lanzar la moneda, se obtenga una "cara" es 1/3. Si se lanzan las 5 monedas a la vez, ¿cuál es la probabilidad de obtener 3 "caras" y 2 "sellos"?

De las informaciones, tenemos que:

$$\mathrm{P(Cara)} = \frac{1}{3}\ y\ \mathrm{P(Sello)} = \frac{2}{3}.$$

Luego

$$\mathrm{P(3\ Caras\ y\ 2\ Sellos)} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{243}.$$

CLAVE D

Pregunta 14

Halle el producto de x por y. Si se sabe que:

$$\begin{array}{cccc} 1 & x & 3 & + \\ & y & y & \\ \hline x & 0 & 0 & \end{array}$$

Entonces y=7 y x=2. Luego xy=14.

CLAVE D

Pregunta 15

Una delegación de 10 estudiantes, que incluyen a dos hermanos, se van a hospedar en 4 hoteles. Se sabe que cada hotel dispone sólo de 4 habitaciones simples (una sola cama). ¿De cuántas formas diferentes pueden hospedarse los estudiantes, sí los hermanos deben estar en un mismo hotel?

De las informaciones, tenemos que la respuesta es: $4(C_2^4)(C_8^{14}) = 72072.$

CLAVE E

Pregunta 16

El cedro oloroso para closets y decoraciones, que repele el hongo y ayuda a combatir la humedad, está en oferta a \$ 24,90 el panel. Si se sabe que cada panel cubre 15 pies cuadrados, ¿cuántos hacen falta para cubrir una pared que mide 8 pies de altura y 11,5 pies de ancho? ¿cuánto costarán?

De las informaciones, tenemos que: Area de la Pared=8x11,5=92 pies^2

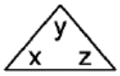
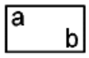
Se necesitan $\frac{92}{15} = 6.13$ paneles, pero como el número de paneles es natural, entonces se tiene 7 paneles.

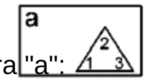
El costo total es C=7x24.9=174.30 soles.

CLAVE E

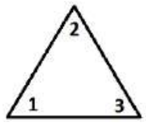
Pregunta 17

Se definen:

 $= (z^y)^x$ y  $= b^2 + a^2 - 2ab$

Si  = 36 ; halle un valor para "a":

De las informaciones, tenemos que

 = 9

 = 36

Entonces $36 = (a-9)^2$ luego a=3 (CLAVE C) ó a=15 (No hay CLAVE)

Pregunta 18

Para a, b números enteros, se define:

$$a \wp b = \begin{cases} \sqrt{-ab} \ ; & \text{si } b < 0 \ \wedge \ a > 0 \\ \ln(-ab); & \text{si } a < 0 \ \wedge \ b > 0 \end{cases}$$

Si $(x \wp y)^2 = 2$; determine el valor de x e y, respectivamente, que también satisfacen las ecuaciones $\sqrt{x^2} = 1$; $y^2 = 4$.

De las informaciones, tenemos que $x = \pm1$; $y = \pm2$. Entonces

x	y		
1	2	NO	
1	-2	$(\sqrt{2})^2 = 2$	Verdad
-1	2	$[ln2]^2 = 2$	FALSO
-1	-2	NO	

CLAVE C

Pregunta 19

Si N y a^{-1} representan a los elementos neutro e inverso respectivamente bajo el operador **e** definido mediante la tabla:

e	1	2	3
1	2	3	1
2	3	1	2
3	1	2	3

Determine:

$$K = \frac{\left(1\,\mathbf{e}\,3^{-1}\right)^{-1}\mathbf{e}\left(2^{-1}\,\mathbf{e}\,N\right)}{2^{-1}\,\mathbf{e}\,N}$$

De las informaciones tenemos que $N = 3$; $1^{-1} = 2$; $2^{-1} = 1$; $3^{-1} = 3$; Entonces $K = 3$.

CLAVE E

Pregunta 20

En $\mathbb{R}$, conjunto de los números reales, se define:

$$a*b = \frac{a+b}{2}\ ,\ \text{si}\ a < b$$

$$a*b = \frac{a-b}{2}\ ,\ \text{si}\ a \geq b$$

Determine el número de elementos del conjunto

$$\{x \in ¡\ /\ x*1 = x \quad \vee \quad 1*x = x\}$$

De las informaciones tenemos que:

Para $x * 1 = x$

$x * 1$

$$= \begin{cases} si\ x < 1: \dfrac{x+1}{2} = x \rightarrow x = 1\ \ (FALSO) \\ Si\ x \geq 1: \dfrac{x-1}{2} = x \rightarrow x = -1\ \ (FALSO) \end{cases}$$

Para $1 * x = x$

$1 * x$

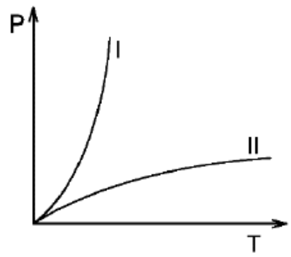
$$= \begin{cases} si\ x \leq 1: \dfrac{1-x}{2} = x \rightarrow x = \dfrac{1}{3}\ \ (VERDADERO) \\ Si\ x > 1: \dfrac{x+1}{2} = x \rightarrow x = 1\ \ (FALSO) \end{cases}$$

Sólo existe un elemento en el conjunto.

CLAVE B

Pregunta 21

El gráfico muestra el comportamiento del fluido I y del fluido II, considerando las variables de temperatura (T) y presión (P). Señale la alternativa correcta después de determinar la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:



a) La presión en el fluido II se incrementa más rápido, cuando se incrementa la temperatura hasta alcanzar una presión máxima.
b) La presión en el fluido I se incrementa hasta alcanzar una presión máxima, cuando se incrementa la temperatura.
c) La presión en el fluido I se incrementa más rápido que el fluido II, cuando la temperatura aumenta.

De las informaciones tenemos que:

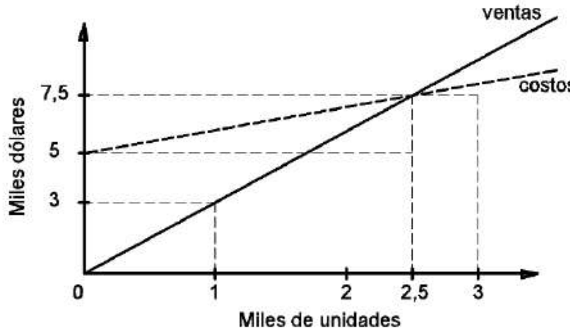
a) Es Falso
b) Es Falso
c) Es Verdadero

CLAVE D

Pregunta 22

El gráfico muestra las curvas de ventas y costos del producto "k" de la empresa Zinkosa. De dicho gráfico se puede afirmar:

I. El precio unitario de venta del producto "k", para no perder dinero, es de 3 dólares.
II. El costo de la empresa por cada unidad producida, sin considerar el costo fijo, es de un dólar.
III. Si la empresa vende 3 000 unidades del producto "k" tiene una utilidad de $ 3 000 dólares.



Señale la alternativa correcta después de determinar la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones dadas.

De las informaciones tenemos que:

I. Punto de Equilibrio Oferta = Demanda, entonces p=7,5 y q=2,5. Luego $\frac{7{,}5}{2{,}5} = 3$ es Verdadera

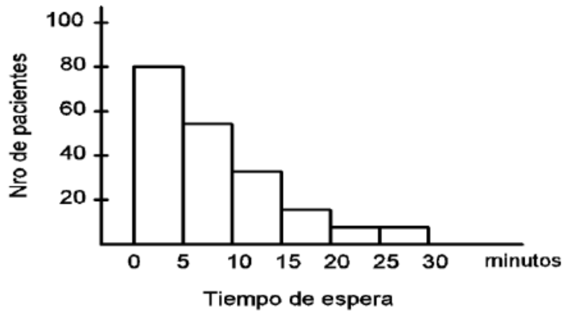
II. Por cada unidad producida, el costo de la empresa es la pendiente de la recta $\frac{7{,}5-5}{2{,}5-0} = 1$ es Verdadera

III. Función Ingreso por la Venta $I(q) = 3q$; q en miles.
Función Costo por Producir $C(q) = q + 5$; q en miles.
Función Utilidad $U(q) = I(q) - C(q) = 2{,}5q - 5$; q en miles.
Piden $U(3) = I(3) - C(3) = 2{,}5 * 3 - 5 = 2{,}5 \neq 3$ es FALSO

CLAVE B

Pregunta 23

El histograma muestra los tiempos de espera en minutos, de 175 pacientes en un consultorio dental. Elija la posible mediana para el tiempo de espera (en minutos)



De las informaciones gráficas tenemos que:
La Mediana es el elemento que ocupa la posición central de un conjunto de datos ordenados, que en el problema sería la posición $\frac{175}{2} = 87{,}5$. Luego la Mediana estaría entre 5 y 10 minutos, pues para los primeros 80 datos estaría entre 0 y 5 minutos.

CLAVE B

Pregunta 24

En el cuadro se resume el tiempo de aparcamiento de 125 vehículos que utilizaron el servicio en una playa de estacionamiento del Cercado de Lima.

Tiempo (minutos)	Nº de vehículos
$\langle 20-40]$	30
$\langle 40-60]$	35
$\langle 60-80]$	25
$\langle 80-100]$	20
$\langle 100-120]$	15
Total:	125

Si la playa cobra S/ 3 por cada "media hora o fracción" de aparcamiento, estime el monto que percibió por el servicio de aparcamiento. Considere que, en cada intervalo, la llegada de los vehículos será en forma homogénea.

Transformando la Tabla utilizando conceptos estadísticos tenemos:

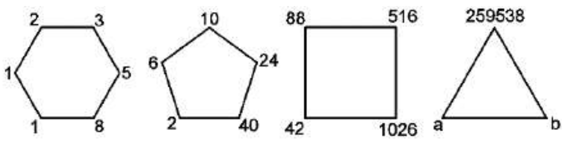
t en minutos	Pagos (S/.)	Nº de Vehículos	Pago Total
<20, 30]	3	15	45
<30, 40]	6	15	90

<40, 60]	6	35	210
<60, 80]	9	25	225
<80, 90]	9	10	90
<90, 100]	12	10	120
<100, 120]	12	15	180
		TOTAL	960

CLAVE D

Pregunta 25

Halle la suma de las cifras de $a+b$, en la figura de la siguiente sucesión:



Si X=ab. Primero calculemos la SUMA DE LAS CIFRAS en cada figura:

Figura 1: 1+1+2+3+5+8 = 20

Figura 2: 2+6+1+0+2+4+4+9=28

Figura 3: 4+2+8+8+5+1+6+1+0+2+6=43

Figura 4: 2+5+9+5+3+8+suma de cifras(a;b)=32+ suma de cifras(a;b)=32+3y

Obteniendo la sucesión: 20(6); 28(5); 43(4); y(3), es decir 120; 140; 172; 3y

120 140 172 216

+20 +32 +44

+12 +12

3y debe ser 216, pues

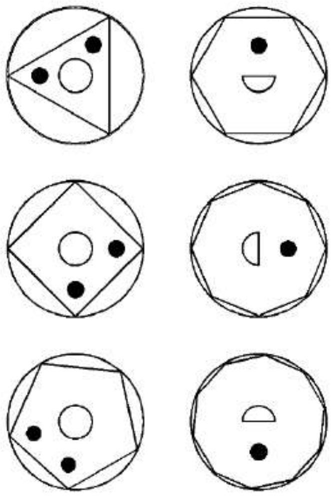
Entonces 32 + suma de cifras(a;b)=32 + $Suma\ de\ Cifras\ (a;b) = 72 = \frac{216}{3}$

Por lo tanto suma de cifras(a;b)=40.

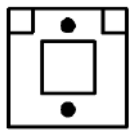
CLAVE B

Pregunta 26

Se muestran 3 pares de figuras, las cuales tienen un patrón de formación.



Siguiendo el mismo patrón, determine cuál de las alternativas mostradas corresponde a la pareja de la siguiente figura:



Los pasos a seguir en el par de figuras planteadas son:

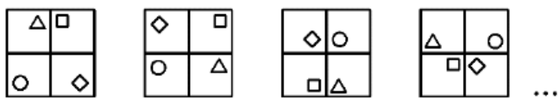
DUPLICAR el NUMERO DE LADOS de la FIGURA INSCRITA, QUITAR el PUNTO NEGRO y QUITAR la MITAD del CIRCULO BLANCO.

Haciendo lo propio con el Cuadrado.

CLAVE E

Pregunta 27

Determine la figura que sigue en la siguiente sucesión:



Primero definamos la Posición de los símbolos como sigue:

2	1	2	1
3	4	3	4
2	1	2	1
3	4	3	4

2	1
3	4

Fijemos las posiciones para cada símbolo dentro de los cuadrantes:

CIRCULO: 3, 3, 1, 1, **3**; **TRIANGULO:** 2, 4, 4, 2, **2**; **CUADRADO**: 1, 1, 3, 3, **1**; **ROMBO:** 4, 2, 2, 4, **4**

Entonces

trian	cuad
circ	romb

Ahora fijemos los cuadrantes de los símbolos dentro del cuadrante:

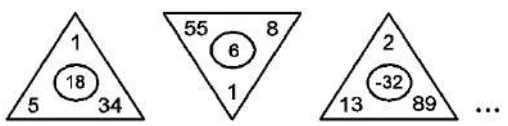
TRIANGULO: 1, 3, 3, 1, **1 (CLAVE A)**; **CUADRADO**: 2, 1, 4, 1, **2 (CLAVE A)**; **ROMBO:** 4, 2, 4, 2, **4 (CLAVE A)**; **CIRCULO**: 3, 2, 3, 4, **3 (NO HAY CLAVE)**;

Entonces quiere decir que tiene otro patrón: Sube, baja, derecha, izquierda **(CLAVE A)**

2	trian	cuad	1
3	4	3	4
2	1	2	1
circ	4	3	romb

Pregunta 28

Dada la secuencia de cuatro figuras:



Determine la cuarta figura:

Primero definamos la Posición de los símbolos como sigue

Figura 1: $34-(5-1)^2=18$; Figura 2: $55-(8-1)^2=6$; Figura 3: $89-(13-2)^2=-32$

Figura 4:

CLAVE A: $144-(21-3)^2=144-324=-180$ VERDADERO

CLAVE B: $144-(21-3)^2=144-324=180$ FALSO

CLAVE C: $144-(16-3)^2=144-169=25$ FALSO

CLAVE D: $144-(21-3)^2=144-256=-180$ FALSO

CLAVE E: $144-(19-3)^2=144-256=-62$ VERDADERO

Pero se DESCARTA la E, pues los números dentro del triángulo siguen la Sucesión de Fibonacci.

1, 1, 2, **3;** 5, 8, 13, **21;** 34, 55, 89, **144**

CLAVE A

Pregunta 29

La negación de la proposición: "Algunos jóvenes ni estudian ni trabajan" es:

p: Jóvenes que estudian; **q**: Jóvenes que trabajan; $r: \exists : \sim p \wedge \sim q$ entonces $\sim r: \forall : p \vee q$

Todos los jóvenes estudian o trabajan.

CLAVE A

Pregunta 30

Dadas las premisas:

- Si canto bien entonces gano el concurso.
- No ganaré el concurso porque tengo pocos votos en la red.
- Canté bien.

Determine la conclusión.

Primero definamos las Proposiciones:

p: canto bien; **q**: gano concurso; **r:** tengo pocos votos en la red

- $p \rightarrow q$
- $r \rightarrow \sim q \equiv q \rightarrow \sim r$
- p
- De las dos proposiciones se tiene que $p \rightarrow \sim r$, utilizando la tercera proposición $\sim r = V$

Entonces $r = F$. NO TENGO VOTOS EN LA RED.

CLAVE E

<u>CLAVE A</u>

Pregunta 31

Sea

$$f(p\,;q) = :\ p \wedge :\ (p \wedge :\ q)$$

Si las proposiciones:

p_o : $2+1=6$ y q_o : $1+3=4$

Determine la proposición equivalente a $f(p_o\,;q_o)$

De los datos tenemos:

$f(p,q) = {\sim}p \wedge {\sim}\,(p \wedge {\sim}\, q) \equiv {\sim}\, p$

$p_0: 2+1=6$ es FALSO; $q_0: 1+3=4$ es VERDADERO.

Entonces
$f(p_0, q_0) = {\sim}\, p_0 = V$

Clave A: ${\sim}q_0 = F$; Clave B: $q_0 \rightarrow p_0 = F$; Clave C: $p_0 = F$; Clave D: $q_0 \wedge p_0 = F$; Clave E: $q_0 = V$

<u>CLAVE E</u>

Pregunta 32

Simplifique:

$$[(:\ q \rightarrow :\ p) \rightarrow (:\ p \rightarrow :\ q)] \wedge :\ (p \wedge q)$$

De los datos tenemos:

$$[(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)] \wedge {\sim}(p \wedge q)$$
$$\equiv [({\sim}p \vee q) \rightarrow ({\sim}q \vee p)]$$
$$\wedge ({\sim}p \vee {\sim}q)$$
$$\equiv [(p \wedge {\sim}q) \vee ({\sim}q \vee p)]$$
$$\wedge ({\sim}p \vee {\sim}q)$$
$$\equiv (p \vee {\sim}q) \wedge ({\sim}p \vee {\sim}q)$$
$$\equiv {\sim}q$$

Pregunta 33

Un peatón fue atropellado con un auto, donde hay cuatro sospechosos, al ser interrogados por la policía dieron las siguientes respuestas:

- Ana: Fue Beatriz
- Beatriz: Fue Diana
- Carmen: Yo no fui
- Diana: Beatriz miente

Determine quién atropelló al peatón sabiendo que solo una de ellas miente.

Las afirmaciones de Beatriz y Diana son contradictorias, es decir una es Falsa y la Otra es Verdadera, por lo cual OBLIGATORIAMENTE Ana y Carmen dicen la verdad. Entonces Beatriz atropelló al peatón.

<u>CLAVE B</u>

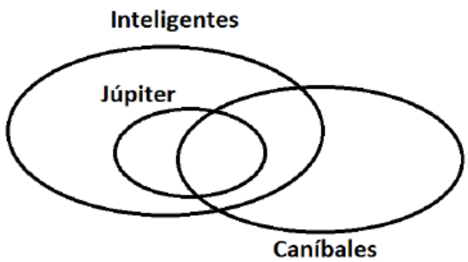
Pregunta 34

Si afirmamos:

- Todos los que habitan en Júpiter son inteligentes.
- Algunos que habitan en Júpiter son caníbales.

Determine la respuesta correcta:

De las informaciones tenemos que:



Clave A es VERDADERO

Clave B es FALSO

Clave C es FALSO

Clave D es FALSO

Clave E es FALSO

			III:VERDAD	
p	**q**	$p \to q$	$f(p \to q)$	$1 - f(p)f(\sim q)$
F	F	V	**1**	**1**
F	V	V	**1**	**1**
V	F	F	**0**	**0**
V	V	V	**1**	**1**

CLAVE E

Pregunta 35

Sean

A = $\{x \,/\, x$ es una proposición$\}$ y

f : A $\to \{0\,,1\}$ una función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 1\,, & \text{si x es verdadero} \\ 0\,, & \text{si x es falso} \end{cases}$$

Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera o falsa.

I. $f(p \wedge q) = f(p) \cdot f(q)$

II. $f(\sim p) = 1 - f(p)$

III. $f(p \to q) = 1 - f(p) \cdot f(\sim q)$

Por TABLA DE VERDAD tenemos:

			I: VERDAD	
p	**q**	$p \wedge q$	$f(p \wedge q)$	$f(p).f(q)$
F	F	F	**0**	**0**
F	V	F	**0**	**0**
V	F	F	**0**	**0**
V	V	V	**1**	**1**

			II:VERDAD	
p	**q**	$\sim p$	$1 - f(p)$	$f(\sim p)$
F	F	V	**1**	**1**
F	V	V	**1**	**1**
V	F	F	**0**	**0**
V	V	F	**0**	**0**

SEGUNDA PRUEBA

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA PARTE 1

01. Sean a y b números reales positivos tal que $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$. Indique la alternativa correcta después de determinar si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F) según el orden dado.

I. a es irracional si y solo si b es irracional.
II. ab = 4 si y solo si a + b = 4
III. a < 2 implica que b < 2

Del enunciado tenemos:

(I) $a>0, b>0$ y como

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1 \Rightarrow \frac{1}{b}=1-\frac{1}{a}=\frac{a-1}{a}$$

Notar que $a-1\neq 0$, si $a=1$ entonces $a\in\mathbb{Q}$, lo cual no puede ser dado que

$a\notin\mathbb{Q}$, entonces $a-1\notin\mathbb{Q}$, $\frac{1}{a-1}\notin\mathbb{Q}$.

Entonces, $b=\frac{a}{a-1}=1+\frac{1}{a-1}\notin\mathbb{Q}$.

También, se tiene que $a=1+\frac{1}{b-1}$,

Si $b\notin\mathbb{Q}$, entonces $a\notin\mathbb{Q}$.

(V)

(II) Nuevamente , como $a>0, b>0$ y

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1 \Leftrightarrow \frac{a+b}{ab}=1 \Leftrightarrow a+b=ab=4.$$

(V)

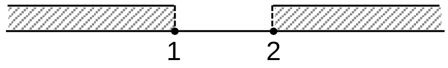
(III) Usando, los datos iniciales, es decir, $a>0, b>0$ y $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$,

tenemos $a=1+\frac{1}{b-1}<2.$

Entonces

$$\frac{1}{b-1}<1 \Rightarrow 0<1-\frac{1}{b-1}=\frac{b-2}{b-1}.$$

Usando (I) tenemos que $b\neq 1$, luego se tiene:



entonces $b\in\langle -\infty,1\rangle \cup \langle 2,\infty\rangle.$

(F)

Respuesta: B

02. Halle la suma de los dígitos del radicando, donde la diferencia de los dígitos del residuo es 2, además se tiene la siguiente información:

$$\begin{array}{l|l}
\sqrt{*\ *\ *\ 0\ *\ *\ 9} & *\ *\ *\ * \\ \cline{2-2}
1 & \\
-\ 6\ * & \\
\quad *\ * & \\
\quad 1\ 8\ 0\ * & \\
\quad *\ *\ *\ * & \\
\quad -\ -\ 7\ *\ 4\ 9 & \\
\qquad *\ *\ *\ * & \\
\qquad -\ -\ *\ * &
\end{array}$$

donde cada $*$ indica un dígito.

Aplicando el procedimiento para hallar la raíz cuadrada de un número natural , tenemos:

(i) Separamos el número dado por comas en cifras de a dos de derecha a izquierda, en este caso se tiene:

$$\begin{array}{l|l}
\sqrt{*,\ *\ *,0\ *,\ *\ 9} & *\ *\ *\ * \\ \cline{2-2}
1 & \\
-\ 6\ * &
\end{array}$$

(ii) Se observa, que cada asterisco (*) corresponden a un dígito, luego el primer * de la raíz le corresponde al número uno, con lo cual se tiene:

$$\begin{array}{rl|l}
 & \sqrt{1,\ *\ *,0\ *,\ *\ 9} & 12 \\ \cline{3-3}
1^2 = & 1 & 22 \times 2 = 44 \\
 & -\ 6\ * & \\
22 \times 2 = & 4\ 4 & \\
 & 180\ * &
\end{array}$$

(iii) Procedemos con la regla para hallar la raíz cuadrada,

	$\sqrt{1\ 62\ 05\ 49}$	1273
$1^2 =$	1	22 x 2 = 44
	– 6 2	247 x 7 = 1729
22 x 2 =	4 4	2543 x 3 = 7629
	1805	
247 x 7 =	1729	
	7649	
2543 x 3 =	7629	
	20	

Luego se tiene que

$$1620549 = 1273^2 + 20$$

Nos piden la suma de las cifras:

$$(1620549) = 1+6+2+0+5+4+9 = 27$$

Respuesta: C

03. Un comerciante adquiere 3 tipos de té: corriente, superior y extra en cantidades de 20, 50 y "x" kilogramos respectivamente, a los precios (en soles por kg) de 8, 10 y 16, en ese orden. Para la venta a sus clientes mezcla los tres tipos de té, cuyo precio medio es S/ 14,00. Calcule la diferencia entre el precio de venta y el precio medio que permite obtener una utilidad de S/ 460,00.

Del enunciado se tiene:

Tipo (Té)	Cantidad(Kg)	Precio(Soles)
Corriente	20	8
Superior	50	10
Extra	x	16

También tenemos que el precio medio $P_M = 14,$ pero

$$P_M = \frac{20\cdot 8 + 50\cdot 10 + x\cdot 16}{20+50+x} = 14 \Rightarrow 660 + 16x = 14(70+x),$$

de donde $x = 160.$

Nos piden $P_v - P_M = G$ (por kilo)

Luego:

$$P_v - P_M = \frac{460}{20+50+160} = \frac{460}{230} = 2 \text{ soles.}$$

Respuesta: B

04. Se tiene un grupo de 7 hombres y 4 mujeres. Si se va a elegir una comisión de 3 personas, determine la probabilidad de que la comisión esté integrada al menos por 1 hombre.

La comisión debe estar integrada por tres personas, y en total tenemos once personas, con lo cual tenemos :

$$\binom{11}{3} = \frac{11!}{3!8!} = \frac{9x10x11}{2x3} = 165 \text{ comisiones.}$$

Luego

$\Omega = \{c / c$ es una comisión conformada por tres personas}, en este caso se tiene $|\Omega| = 165.$

Nos piden comisiones conformadas al menos por un hombre, es decir:

3H 0M: $\binom{7}{3}\binom{4}{0} = \frac{7!}{3!4!} x \frac{4!}{0!4!} = 35$

2H 1M: $\binom{7}{2}\binom{4}{1} = \frac{7!}{2!5!} x \frac{4!}{1!3!} = 84$

1H 2M: $\binom{7}{1}\binom{4}{2} = \frac{7!}{1!6!} x \frac{4!}{2!2!} = 42$

Sea A = { De las comisiones de tres personas donde al menos uno sea hombre }.

Entonces $|A| = 42 + 84 + 35 = 161.$

Luego $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{161}{165}.$

Respuesta: C

05. Indique cuántos de los números 2102111_3, 1102111_3, 2112113_5, 4102112_5, 2102115_7 son pares.

Observar para que un número, en este caso, sea impar o par solo dependerá de las sumas de sus cifras de cada uno de ellos; además las bases correspondientes son impares.
Luego:

$\sum_{cifras}(2102111_3) = 2+1+0+2+1+1+1 = 8$ PAR

$\sum_{cifras}(1102111_3) = 1+1+0+2+1+1+1 = 7$ IMPAR

$\sum_{cifras}(2112113_5) = 2+1+1+2+1+1+3 = 11$ IMPAR

$\sum_{cifras}(4102112_5) = 4+1+0+2+1+1+2 = 11$ IMPAR

$\sum_{cifras}(2102115_7) = 2+1+0+2+1+1+5 = 12$ PAR

Luego solo tenemos dos números que son pares 2102111_3, y 2102115_7.

<u>Respuesta: B</u>

06. Halle el valor de a y n si se cumple

$$\left[35_{(n)}\right]^2 = \overline{aa41}_{(n)} \ , \ n < 12.$$

De como respuesta a + n.

Notar que si

$$\overline{cdfg}_{(n)} = cn^3 + dn^2 + fn + g = n(cn^2 + dn + f) + g = \overset{o}{n} + g.$$

Luego tenemos:

$$\left[35_{(n)}\right]^2 = (\overset{o}{n} + 5)^2 = \overline{aa41}_n = \overset{o}{n} + 1,$$

Entonces:

$$\overset{o}{n} + 25 = \overset{o}{n} + 1 \Rightarrow 24 = \overset{o}{n},$$

Luego existe $\ell \in \mathbb{Z}$ tal que $24 = n\ell$
Es decir, n es divisor de 24.

Además tenemos que:

$$5 < n < 12,$$

entonces $n = 6$ ó $n = 8$

- Si n= 6, se tiene

$$\left[35_{(6)}\right]^2 = 2241_6 = \overline{aa41}_6 \Rightarrow a = 2 \ \text{ cumple}$$

- Si n=8 , se tiene

$$\left[35_{(8)}\right]^2 = 1511_8 = \overline{aa41}_6 \quad \text{no cumple.}$$

Luego a+n = 2+6= 8

<u>Respuesta: B</u>

07. Indique la alternativa correcta después de determinar si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F), según el orden dado.

I. $(\forall a,b \in \mathbb{R})$: Si $a > b > 1$, entonces

$$\sum_{k=1}^{n} a^k > \sum_{k=1}^{n} b^k \ , \ n \in \mathbb{Z}^+$$

II. $(\forall a,b \in \mathbb{R})(\forall c \in \mathbb{R})$: Si $a > b$, entonces $ac > bc$.

III. $(\forall a,b \in \mathbb{R})$: $a^2 + b^2 \geq 2|ab|$.

(I) $b > 1$, entonces

$$b^2 > b > 1$$
$$b^3 > b^2 > b > 1$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$b^k > 1, \ k \in \mathbb{N}$$

Como $a > b,$ entonces $a^2 > ab > b^2$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$a^k > b^k, \ k \in \mathbb{N}$$

Luego $\sum_{k=1}^{n} a^k > \sum_{k=1}^{n} b^k, \ n \in \mathbb{N}$

(V)

(II) Como $a > b,$ con $a,b \in \mathbb{R}$,
sea $c \in \mathbb{R}$, si $c = 0$ entonces $a0 = 0$ y $b0 = 0.$

Entonces no se cumple $a0 > b0$

(F)

(III) Sabemos que $(x-y)^2 \geq 0$ para todo $x,y \in \mathbb{R}$, en particular, $x = |a|$, $y = |b|$, con a, b $\in \mathbb{R}$.

Luego $(|a| - |b|)^2 = |a|^2 + |b|^2 - 2|a||b| \geq 0,$

Entonces $a^2+b^2 \geq 2|a||b|$, para todo $a,b \in \mathbb{R}$

(V)

Respuesta: C

08. Halle la suma de las cifras del menor número entero positivo N, sabiendo que admite sólo dos divisores primos, el número de divisores simples y compuestos es 6 y la suma de ellos es 42.

De los datos se tiene, como N es un número que admite dos divisores primos, entonces sean a y b dichos números, luego.

$$N = a^{\alpha} b^{\beta}.$$

Del enunciado tenemos que el número de divisores simples y compuestos es seis, es decir:

$$CD(N) = (\alpha+1)(\beta+1) = 6$$

Luego:

$\alpha+1=3$ y $\beta+1=2$, es decir, $\alpha=2$, $\beta=1$ entonces $N=a^2b$.

También, del enunciado se tiene que la suma de los divisores simples y compuestos es 42, es decir,

$SD(N) = (1+a+a^2)(1+b) = 42 = 7x6,$

de donde $a=2$, $b=5$.

Entonces $N = 2^2 5^1 = 20$

Nos piden $\sum cifras(\text{N}) = 2+0 = 2.$

Respuesta: B

09. Sea $f(x)=\dfrac{4x+1}{2x-1}$, $x>1/2$. Halle la función inversa de f denotada por f^*, e indique su dominio y rango.

Se sabe que toda función f que posee inversa f* satisface:

$dom(f) = rang(f^*)$ y rang(f) = dom(f*).

En este caso, $dom(f) = \left\langle \frac{1}{2}, \infty \right\rangle = rang(f^*).$

Además de la definición de f tenemos:

$$f(x) = \frac{4x+1}{2x-1} = \frac{2(2x-1)+3}{2x-1} = 2+\frac{3}{2x-1}.$$

Entonces haciendo:

$$y = 2+\frac{3}{2x-1}.$$

Luego $\dfrac{3}{2x-1} = y-2 > 0$ (dado que $x > \dfrac{1}{2}$),

de donde $rang(f) = \langle 2, \infty \rangle = dom(f^*).$

Como $\dfrac{3}{2x-1} = y-2$, entonces $\dfrac{2x-1}{3} = \dfrac{1}{y-2}.$

Entonces $2x-1 = \dfrac{3}{y-2}$, luego $x = \dfrac{y+1}{2(y-2)}.$

Así tenemos: $f^*(x) = \dfrac{x+1}{2x-4}.$

Respuesta: C

10. Sea f una función cuya regla de correspondencia es $f(x) = \text{Log}_{1/2}(4-|x|)$. Halle el rango de la función f.

En este caso tenemos

$f(x) = \text{Log}_{\frac{1}{2}}(4-|x|)$, notar que $4-|x|>0.$

Entonces $dom(f) = \langle -4, 4 \rangle.$

De donde si $x \in \langle -4,4 \rangle$, *entonces* $0 \leq |x| < 4,$

luego $-4 < -|x| \leq 0,$

entonces $0 < 4 - |x| \le 4$

Dado que el logaritmo tiene base $\dfrac{1}{2}$, entonces la función f es decreciente, luego.

$$f(x) = \mathrm{Log}_{\frac{1}{2}}(4 - |x|) \ge \mathrm{Log}_{\frac{1}{2}}(4) = \frac{Ln(4)}{Ln\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{Ln(2^2)}{Ln(1) - Ln(2)} = -2.$$

Entonces

$$rang(f) = [-2, \infty\rangle.$$

Respuesta: D

11. Resuelva la ecuación

$$\left(|iz + 4| + |\bar{z} + 4i|\right)|\bar{z} + \overline{2i}| = 0\,,\ z \in \mathbb{C}\ .$$

Dé como respuesta la suma de los módulos de las raíces.

Sea $z = a + ib$, *entonces* $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \ge 0.$

Luego $|z| = 0 \Leftrightarrow a = b = 0\ (\equiv z = 0).$

Por tanto

$$\left(|iz + 4| + |\bar{z} + 4i|\right)|\bar{z} + \overline{2i}| = 0.$$

Luego

$$\left(|iz + 4| + |\bar{z} + 4i| = 0\right) \quad \vee \quad |\bar{z} + \overline{2i}| = 0,$$

entonces

$$(iz + 4 = 0\ \wedge\ \bar{z} + 4i = 0)\ \ \vee\ \ \bar{z} + \overline{2i} = 0.$$

Luego

$$(iz = -4\ \wedge\ \bar{z} = -4i)\ \ \vee\ \ (\bar{z} = -\overline{2i})$$

Entonces

$$(z = 4i\ \wedge\ z = 4i)\ \ \vee\ \ (z = 2i)$$

Luego tenemos al conjunto solución

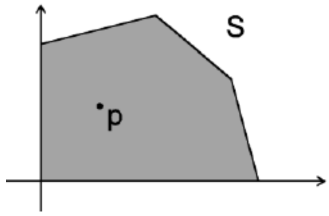
$$C.S = \{2i, 4i\}$$

Nos piden

$$|2i| + |4i| = 6$$

Respuesta: C

12. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función lineal no constante, S un conjunto que se muestra en la figura y sea $p \in S$. Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).



I. $\min\limits_{x \in S} f(x) = f(p)$

II. $\min\limits_{x \in S} f(x) < f(p)$

III. $\max\limits_{x \in S} f(x) = f(p)$

IV. $\max\limits_{x \in S} f(x) > f(p)$

Del enunciado consideremos la función lineal no constante

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$

definida por:

$$f(x, y) = ax + by,$$

llamada función objetiva.

De la figura del enunciado se observa que S es una región poligonal, llamado el conjunto de restricciones y $p \in S$, (en el interior de S).

Además, recordar que la solución óptima se encuentra en un vértice de la región admisible S.

Luego:

(I) $\min\limits_{x \in S} f(x) = f(p)$ NO ES POSIBLE , en este caso

$$\min_{x \in S} f(x) < f(p)$$

(F)

(II) De la parte (I) tenemos que $\min\limits_{x \in S} f(x) < f(p)$

(V)

(III) Mismo razonamiento dado en (I) se tiene que:

$\max\limits_{x \in S} f(x) = f(p)$ NO PUEDE SER, en este caso

$$\max_{x \in S} f(x) > f(p)$$

(F)

(IV) De la parte (III) tenemos que $\max\limits_{x \in S} f(x) > f(p)$

(V)

Respuesta: C

13. Sea A una matriz cuadrada de orden n tal que $A^4 = 0$, pero $A^3 \neq 0$. Al respecto, se tiene las siguientes afirmaciones.

I. $A + A^2$ es matriz que no tiene inversa.
II. I-A, I matriz identidad, es una matriz que no tiene inversa.
III. $I + A^2$ es una matriz que tiene inversa.

Indique las afirmaciones correctas.

Como $A^4 = 0$ matriz nula, entonces

$\left|A^4\right| = 0$, pero $\left|A^4\right| = |A|^4 = 0$, entonces $|A| = 0$

(I) De $A + A^2 = A(I + A)$, luego

$$\left|A + A^2\right| = |A(I + A)| = |A||I + A| = 0|I + A| = 0,$$

Entonces $A + A^2$ NO POSEE INVERSA

(V)

(II) Dado que $A^4 = 0$, y como

$$I = I - A^4 = (I - A^2)(I + A^2) = (I - A)(I + A)(I + A^2)$$
$$= (I + A)(I + A^2)(I - A).$$

Entonces I-A posee inversa y

$$(I - A)^{-1} = (I + A)(I + A^2) = I + A + A^2 + A^3$$

(F)

(III) Usando la parte (II) tenemos:

$$(I - A^2)(I + A^2) = (I + A^2)(I - A^2) = I$$

Entonces $I + A^2$ posee inversa y

$$(I + A^2)^{-1} = I - A^2$$

(V)

Luego (I) y (III) son verdaderas.

Respuesta: E

14. Sean f y g funciones reales de variable real definidas como

$$f(x) = \begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix} \quad y \quad g(x) = \begin{vmatrix} x & -1 & -1 \\ -1 & x & -1 \\ -1 & -1 & x \end{vmatrix}.$$

Entonces la cantidad de valores de x para los cuales f(x) = g(x) es:

De $f(x) = \begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix} = x\begin{vmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & x \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$

$$= x(x^2 - 1) - (x - 1) + (1 - x)$$

$$= x^3 - 3x + 2.$$

De forma similar tenemos

$$g(x) = \begin{vmatrix} x & -1 & -1 \\ -1 & x & -1 \\ -1 & -1 & x \end{vmatrix} = x^3 - 3x - 2.$$

Nos piden

$$C.S = \{x \,/\, f(x) = g(x)\}$$

$$= \{x \,/\, x^3 - 2x + 2 = x^3 - 3x - 2\} = \{x \,/\, 2 = -2\}$$
$$= \varnothing.$$

Luego el cardinal

$$Card(\varnothing) = 0,$$

es decir, la ecuación $f(x) = g(x)$ NO POSEE SOLUCIÓN

Respuesta: A

15. Sean $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ a & 4 & 2 \\ b & c & 4 \end{pmatrix}$ una matriz, y una matriz triangular inferior S de términos positivos tal que $S\,S^T = A$.

Calcule $K = \dfrac{\text{traza}(S)}{\sqrt{a + b} + b}$.

Del enunciado tenemos que $SS^T = A$, entonces $A^T = (SS^T)^T = (S^T)^T S^T = SS^T = A$ es decir, A es una matriz simétrica, luego

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ a & 4 & 2 \\ b & c & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ a & 4 & 2 \\ b & c & 4 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 4 & a & b \\ 2 & 4 & c \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} = A^T,$$

de donde $a = 2$, b=1 , c=2.

De los datos del problema tenemos que S es una matriz triangular inferior de términos positivos, luego

$$S = \begin{bmatrix} v & 0 & 0 \\ w & x & 0 \\ y & z & t \end{bmatrix}, \text{ entonces } S^T = \begin{bmatrix} v & w & y \\ 0 & x & z \\ 0 & 0 & t \end{bmatrix}$$

Por tanto

$$SS^T = \begin{bmatrix} v^2 & vw & vy \\ vw & w^2 + x^2 & wy + xz \\ vy & wy + xz & y^2 + z^2 + t^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} = A,$$

de donde $v^2 = 4 \Rightarrow v = 2 > 0$

w=1, x=$\sqrt{3}$, y=$\frac{1}{2}$, ,z = $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $t = \sqrt{3}$.

Luego $S = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & \sqrt{3} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \sqrt{3} \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$.

Nos piden

$$k = \frac{traza(\mathrm{S})}{\sqrt{a+b}+b} = \frac{2+\sqrt{3}+\sqrt{3}}{\sqrt{2+1}+1} = \frac{2(1+\sqrt{3})}{\sqrt{3}+1} = 2.$$

<u>Respuesta: D</u>

16. Determine el conjunto

$$\mathrm{S} = \left\{ \mathrm{x} \in \mathbb{R} \ : \ \frac{\sqrt{2\mathrm{x}+1} - \sqrt{\mathrm{x}-2}}{\mathrm{x}-5} < 0 \right\}$$

Del enunciado tenemos:

$$\frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-2}}{x-5} < 0, \quad \text{entonces}$$

$(2x+1 \geq 0 \ \wedge \ \mathrm{x} - 2 \ \geq \ 0) \ \wedge \ \mathrm{x} \neq 5$, entonces

$(\mathrm{x} \ \geq \ -\frac{1}{2} \ \wedge \ \mathrm{x} \ \geq 2 \ ) \ \wedge \ \mathrm{x} \neq 5$, entonces

$x \geq 2 \ \wedge \ \mathrm{x} \neq 5.$ (*)

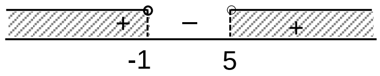
Luego

$$\frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-2}}{x-5} \cdot \frac{\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-2}} < 0,$$

entonces

$$\frac{(\sqrt{2x+1})^2 - (\sqrt{x-2})^2}{(x-5)(\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-2})} = \frac{x+1}{(\mathrm{x}-5)(\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-2})} < 0$$

Aplicamos el método del PUNTO CRÍTICO



$x \in \langle -1, 5 \rangle$ (**)

luego de (*) y (**) tenemos:

$$C.\mathrm{S} = \langle -1;\ 5 \rangle \cap \left([2, \infty \rangle \setminus \{5\} \right) = [2;\ 5 \rangle.$$

<u>Respuesta: B</u>

17. Indique el conjunto solución de la inecuación:

$$-\frac{1}{3} < \frac{2\mathrm{x}-3}{\mathrm{x}+2} < \frac{4}{3}.$$

De

$$-\frac{1}{3} < \frac{2x-3}{x+2} = \frac{2(x+2)-7}{x+2} = 2 - \frac{7}{x+2} < \frac{4}{3}$$

entonces, $-\frac{7}{3} < -\frac{7}{x+2} < -\frac{2}{3}$

$$0 < \frac{2}{3} < \frac{7}{x+2} < \frac{7}{3},$$

$$\frac{3}{7} < \frac{x+2}{7} < \frac{3}{2},$$

$$3 < x + 2 < \frac{21}{2}.$$

Luego $\quad 1 < x < \dfrac{17}{2}$,

entonces,

$$C.S = \left\{ x \in \mathbb{R} \;/\; 1 < x < \frac{17}{2} \right\} = \left\langle 1; \frac{17}{2} \right\rangle.$$

Respuesta: D

18. Luego de resolver la inecuación:

$$\left(|4-x| - |5-x|\right)\left(|x-4| + |x-5|\right) \le x^2 - 24$$

obtenga la suma de los enteros que no pertenecen a su conjunto solución.

Del enunciado tenemos:

$$(|4-x| - |5-x|)(|x-4| + |x-5|) \le x^2 - 24,$$

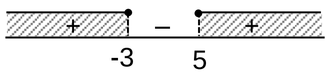
Entonces,

$$|x-4|^2 - |x-5|^2 = (x^2 - 8x + 16) - (x^2 - 10x + 25)$$

$$= 2x - 9 \le x^2 - 24.$$

Luego, $\quad 0 \le x^2 - 2x - 15 = (x-5)(x+3)$

Y así, aplicando el método del PUNTO CRITICO tenemos



$$x \in C.S = \langle -\infty, -3] \cup [5, \infty\rangle.$$

Nos piden la suma de los números enteros $n \notin C.S$, luego tenemos:

$$(-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 7$$

Respuesta: D

19. Sean $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ y $\{c_n\}$ sucesiones tales que $b_n = \begin{vmatrix} a_n & (-1)^n \\ c_n & 1 \end{vmatrix}$ y $c_n = \begin{vmatrix} a_n & (-1)^n \\ b_n & 1 \end{vmatrix}$. Determine el valor de $E = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n - 2b_{2n-1} + c_n)$.

Sabiendo que $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} = 1$.

Del enunciado tenemos:

$$b_n = a_n - (-1)^n c_n, \qquad c_n = a_n - (-1)^n b_n.$$

Luego

$$\begin{aligned} b_{2n} &= a_{2n} - c_{2n}, & c_{2n} &= a_{2n} - b_{2n} \\ b_{2n-1} &= a_{2n-1} + c_{2n-1}, & c_{2n-1} &= a_{2n-1} + b_{2n-1}. \end{aligned} \qquad (*)$$

De donde $\quad a_{2n} = b_{2n} + c_{2n}, \qquad (\alpha)$

$$a_{2n-1} = b_{2n-1} - c_{2n-1} \quad \text{y} \quad a_{2n-1} = -b_{2n-1} + c_{2n-1}.$$

Entonces

$$a_{2n-1} = 0 \wedge b_{2n-1} = c_{2n-1}. \qquad (\beta)$$

Además, recordar que:

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n = \sum_{n=1}^{\infty} (x_{2n-1} + x_{2n}). \qquad (\gamma)$$

Usando la propiedad (γ) ,(*), (α) y (β) tenemos

$$\begin{aligned} E &= \sum_{n=1}^{\infty} (a_{2n-1} + a_{2n} + b_{2n-1} + b_{2n} - 2b_{2n-1} + c_{2n} + c_{2n-1}) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (a_{2n} + b_{2n} - b_{2n-1} + c_{2n} + a_{2n-1} + b_{2n-1}) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (a_{2n} + b_{2n} + c_{2n}) = \sum_{n=1}^{\infty} 2a_{2n} = 2\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} = 2. \end{aligned}$$

Luego E= 2.

Respuesta: E

20. Se desea producir anillos de dos tipos A y B. Para cada unidad de anillo de tipo A se empleará 3 gr de oro y 1 gr de plata, y para el de tipo B se empleará 1 gr de oro y 2 gr de plata. Se venderán a S/ 1500 y S/ 950 respectivamente cada unidad. Si se cuenta en almacén con 1800 gr de oro y 2000 gr de plata ¿cuál será la función objetivo y las restricciones del problema de programación lineal que permita maximizar la ganancia?

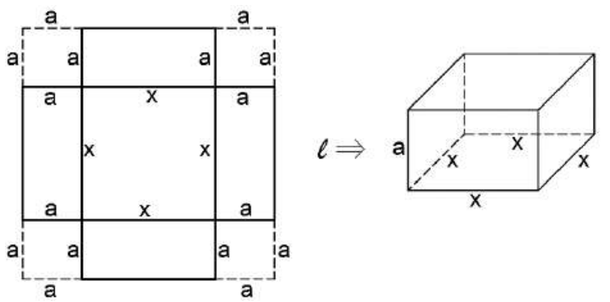
Del enunciado tenemos:

Tipo de anillo	Cantidad de oro(gr)	Cantidad de plata(gr)	Precio de venta en Soles	Cantidad a producir
A	3	8	1500	x_1
B	1	10	950	x_2

Además, en el Almacén se tiene:

1800 gr de Oro y 2000 gr de plata.

Luego, obtenemos la función objetivo



$$z = f(x_1, x_2) = 1500x_1 + 950x_2$$

y las restricciones nos lleva a

$$3x_1 + x_2 \leq 1800 \quad \text{(ORO)}$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 2000 \quad \text{(PLATA)}$$
$$x_1, x_2 \in \square.$$

Por tanto se tiene:

$$z = 1500x_1 + 950x_2$$

Sujeto a

$$3x_1 + x_2 \leq 1800$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 2000$$
$$x_1, x_2 \in \square.$$

Respuesta: A

MATEMÁTICA PARTE II

21. Recortando las esquinas de una hoja de cartón de forma cuadrada, se construye un prisma (sin tapa) de base cuadrada. Si el lado del cartón mide ℓ cm, determine (en cm^3) el volumen de dicho prisma. Sabiendo que la base del prisma mide "x" cm.

De la figura 1. $\ell = x + 2a \Rightarrow a = \dfrac{\ell - x}{2}$

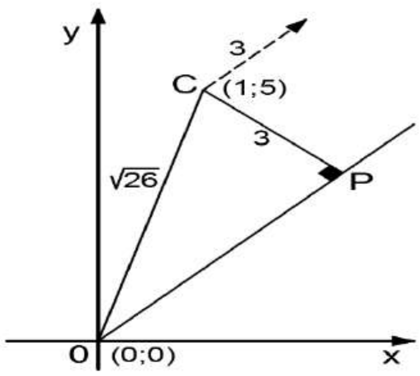
Nos piden el volumen del prisma de la figura 2. :

Volumen= A_{base} x Altura = $x^2 a = \dfrac{x^2(\ell - x)}{2}$.

Respuesta: D

22. Dada una circunferencia de radio 3u y centro en el punto $(1; 5)$, determine la longitud (en u) de la porción de la tangente trazada del origen de coordenadas XY a dicha circunferencia.

De la condición del problema se tiene el gráfico:



$$d(O,C)=\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}.$$

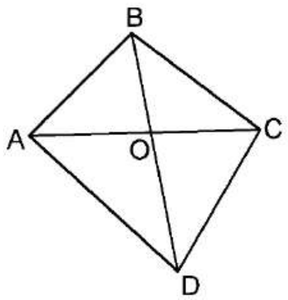
Nos piden "x": por Pitágoras en el triángulo rectángulo OPC,

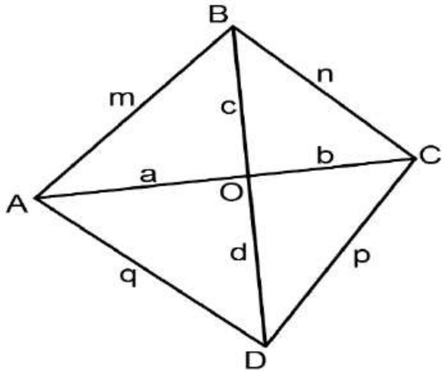
$$x^2+3^2=26,$$

de donde $\qquad x=\sqrt{17}$

Respuesta: B

23. En la figura mostrada, $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ se cortan en el punto "O". Sabiendo que $AB+BC+CD+DA=20$. Determine el intervalo de mayor longitud, al cual pertenece $K=\dfrac{AC+BD}{10}$.





Del gráfico se tiene $m+n+p+q=20.$
De las propiedades de triángulos:

En:

$$\left.\begin{array}{l} ABC,\ a+b<m+n \\ BCD,\ c+d<n+p \\ CDA,\ a+b<p+q \\ DAB,\ c+d<q+m \end{array}\right\}(+)\text{Sumando}$$

$$2(a+b)+2(c+d)=2(AC+BD)<40\ldots(I)$$

y

$$\left.\begin{array}{l} ABO,\ m<a+c \\ BCO,\ n<b+c \\ CDO,\ p<d+b \\ ADO,\ q<a+d \end{array}\right\}(+)\ \text{Sumando}$$

$$m+n+p+q=20<2(AC+BD)\quad \ldots(II)$$

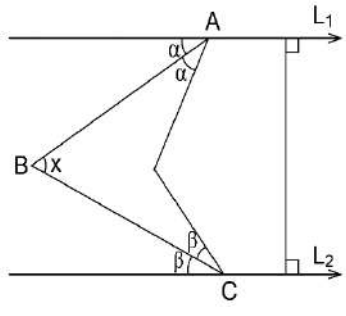
Luego de (I), (II) y como $K=\dfrac{AC+BD}{10}$

se tiene

$$1<K<2$$

Respuesta: D

24. En la siguiente figura:
Calcule $m\measuredangle ABC$ en términos de α y β.



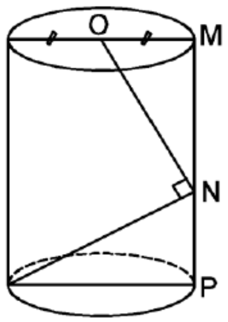
Nos piden: “x”.

Del gráfico tenemos: $L_1 // L_2$.

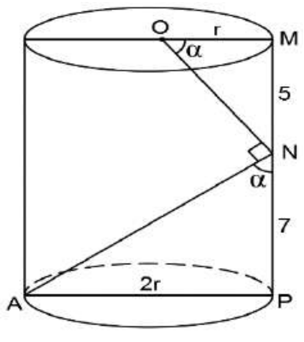
Luego se cumple que $x=\alpha+\beta$

Respuesta: D

25. Dada la siguiente figura $MN = 5u$, $NP = 7u$, O el centro de la circunferencia



Calcule el volumen (en u^3) del cilindro recto



Nos piden Volumen del cilindro $= \pi r^2 .12$.

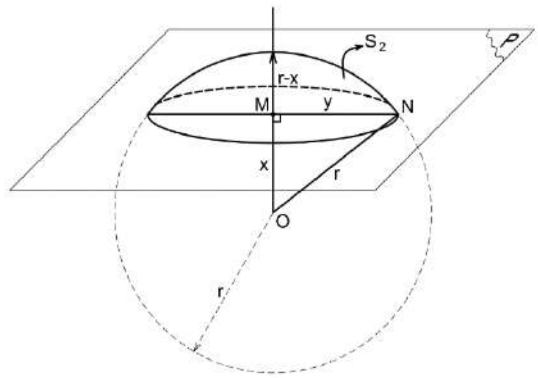
Hallando "r^2" : Como los triángulos rectángulos OMN y APN son semejantes, entonces:

$$\frac{5}{r} = \frac{2r}{7},$$
$$r^2 = \frac{35}{2}.$$

Por lo tanto: Volumen pedido = 210 π.

Respuesta: E

26. Calcule a qué distancia del centro de una esfera de radio $r = \left(2+\sqrt{5}\right)m$ se debe seccionar con un plano para que la diferencia de las áreas de los casquetes esféricos determinados sea igual al área de la sección que divide a la esfera en dichos casquetes.



De la condición: P es el plano que divide a la esfera en dos casquetes esféricos de áreas S_1 y S_2 e y es el radio de la sección que se obtiene en el corte de la esfera con dicho plano, luego:

$$\pi y^2 = S_1 - S_2$$
$$\pi y^2 = 2\pi r\left(r+x\right) - 2\pi r\left(r-x\right)$$
$$y^2 = 4rx \ . \qquad (I)$$

Por el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo OMN:

$$y^2 = r^2 - x^2. \qquad (II)$$

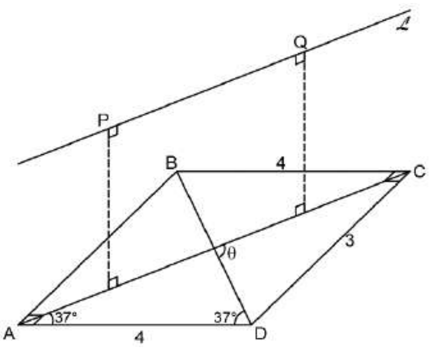
De (I) y (II):

$$x = (\sqrt{5}+2).r$$
$$x = (\sqrt{5}+2).(\sqrt{5}-2)$$
$$x = 1m$$

Respuesta: C

27. Se tiene un rectángulo cuyos lados miden 3 m, 4 m y una recta en el espacio paralela al plano del rectángulo. Desde dos puntos de la recta se trazan perpendiculares a dicho plano, los pies de estas perpendiculares están en una diagonal del rectángulo. Halle el ángulo de la recta con la otra diagonal del rectángulo.

De la condición del problema obtenemos el siguiente gráfico:



Como los pies de las perpendiculares de los puntos P y Q caen en la diagonal $\overline{AC}$ y L es paralela al plano que contiene al rectángulo $ABCD$, luego el ángulo pedido es $\theta = 74^o$.

Por triángulos notables de 74° y 16°, tendremos que $\theta = \arccos\left(\dfrac{7}{25}\right)$.

<u>Respuesta: D</u>

28. Se tienen 2 polígonos regulares cuyas sumas de ángulos internos difieren en 2160º y cuyos ángulos centrales difieren en 5º. El número de lados del polígono más pequeño es:

Sean n_1 y n_2 los lados de los polígonos regulares.

Del enunciado tenemos:

- Suma de ángulos internos:

$$180^o\left(n_1-2\right) - 180^o(n_2-2) = 2160^o$$

$$n_1 - n_2 = 12 \qquad \text{(I)}$$

- Por propiedad de ángulos centrales:

$$\frac{360°}{n_2} - \frac{360°}{n_1} = 5^o,$$

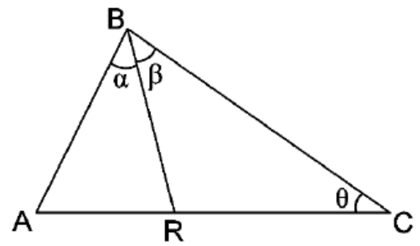
$$72\left(n_1 - n_2\right) = n_1 n_2.$$

De (I): $\qquad n_1 n_2 = 72x12 \qquad$ (II)

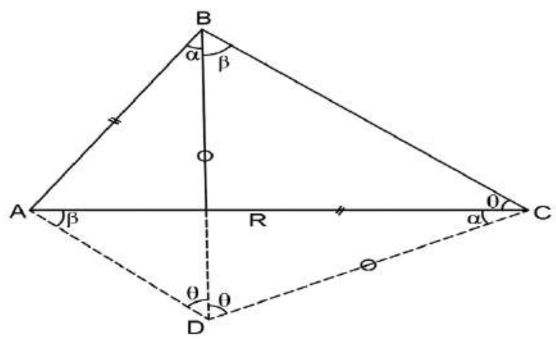
De (I) y (II) $\qquad n_1 = 36$ y $n_2 = 24$.

<u>Respuesta: E</u>

29. En la figura, si $\beta = \alpha + \theta$, $AB = RC$. Entonces se cumple:



A) $\beta + \theta = 90º$
B) $\alpha + \theta = 90º$
C) $2\beta + \theta = 180º$
D) $2\alpha + \beta = 180º$
E) $\alpha + \beta = 60º$



Formando el cuadrilátero inscriptible ABCD como se muestra en la figura se tiene:

$$BD = CD.$$

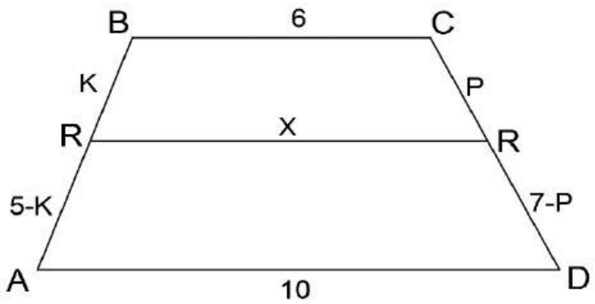
Desde que $\beta = \alpha + \theta$, se forma los triángulos congruentes ABD y RCD obteniéndose

$$m\angle\ RDC = \theta$$

En el triángulo ADC, se tiene $2\beta+\theta=180°$.

Respuesta: C

30. En un trapecio ABCD $\left(\overline{BC}\,//\,\overline{AD}\right)$ se tiene que $AB=5\text{ cm}$, $BC=6\text{ cm}$, $CD=7\text{ cm}$ y $AD=10\text{ cm}$. Un segmento limitado por los lados no paralelos, determina dos trapecios. Calcule la longitud de dicho segmento, en cm, si las regiones limitadas por los trapecios mencionados tienen igual perímetro.Del enunciado se tiene:



Y por propiedad del trapecio tendremos

$$x=\frac{10k+6(5-k)}{5}=\frac{30+4k}{5}$$

Además los perímetros de los trapecio MBCN y AMND son iguales, es decir,

$$x+k+6+p=10+5-k+x+7-p$$

$$k+p=8. \qquad \text{(I)}$$

Por el teorema de Thales:

$$\frac{k}{5-k}=\frac{p}{7-p},$$

Obteniendo la siguiente relación

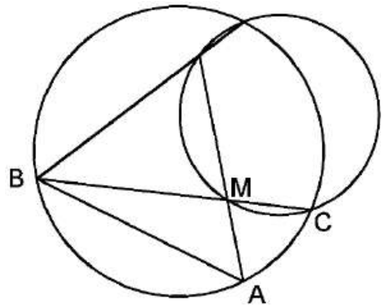
$$k=5\ell \text{ y } p=7\ell,$$

y combinando con (I)

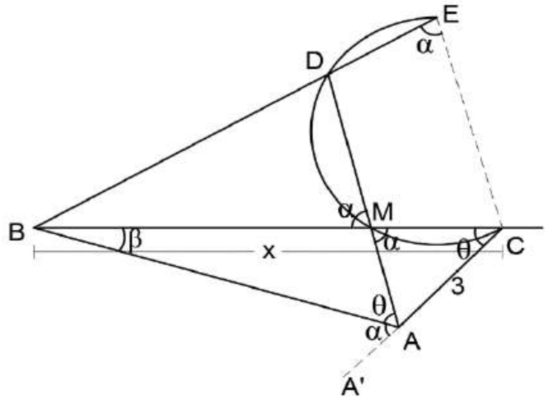
$$\ell=\frac{2}{3},\ k=\frac{10}{3}.\ \text{Por tanto } x=\frac{26}{3}$$

Respuesta: B

31. Según el gráfico AC = 3u y BA = 2AM. Calcule BC (en u).



Trazamos el segmento EC de modo que se forman los cuadriláteros inscriptibles MDEC y ABEC como se muestra en la figura



En el cuadrilátero $MDEC$, tenemos

$m\angle DEC = m\angle DMB = \alpha$.

En el cuadrilátero ABEC:

$m\angle BEC = m\angle BAA' = \alpha$.

Si $m\angle BAD=\theta$, por ángulo externo en el triángulo MAC, se tendrá que $m\angle ACM=\theta$.

Por semejanza en los triángulos ABM y ABC:

$$\frac{BA}{BC}=\frac{AM}{AC},$$

$$x=\frac{(BA)(AC)}{AM}=6$$

Respuesta: D

32. En cuánto excede la suma de las medidas de los ángulos de todas las caras de un dodecaedro regular, a la suma de las medidas de los ángulos de todas las caras de su poliedro conjugado.

Sabemos que el poliedro conjugado es aquel cuyos vértices corresponden con el centro del poliedro es cuestión. Por lo tanto el poliedro conjugado del dodecaedro será icosaedro.

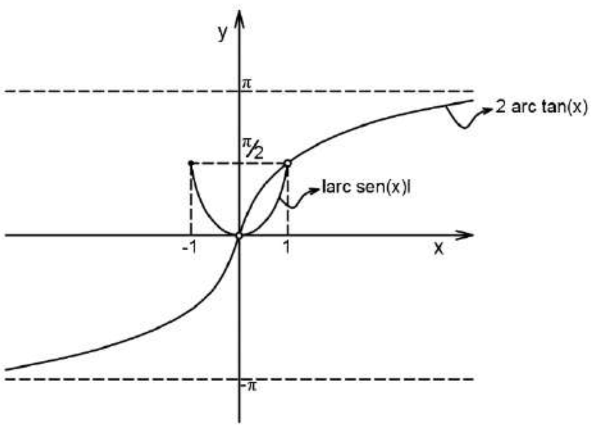
Luego, nos piden la suma de medidas de ángulos interiores de todas las caras del dodecaedro menos el icosaedro formado, el es dado por

$$12x180°(5-2)-20x180°(3-2)=2880°$$

Respuesta: B

33. Determine el conjunto solución de la inecuación $|\text{arc}\,\text{sen}(x)|-2\text{arc}\tan(x)<0$

Graficando las funciones:
$|arcsen|$ y $2arctan(x)$:



Observamos que existen dos intersecciones. Luego, del gráfico se obtiene

$$arcsen(x)=2\ \arctan(x).$$

Haciendo $\alpha=\arctan(x)$, se tiene

$$2x=x(1+x^2)$$

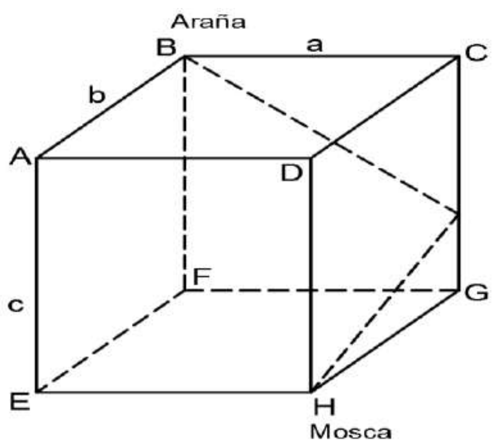
$$\Rightarrow x=0 \vee x=1 \vee x=-1.$$

Del enunciado $|arcsen(x)|<2\arctan(x)$, solo tomaríamos $x=0 \vee x=1$.

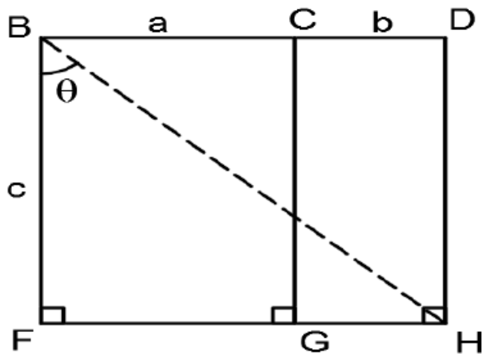
Por lo tanto el conjunto solución es $\langle 0,\ 1\rangle$.

Respuesta: C

34. Una araña se encuentra ubicada en el vértice superior de una caja, de dimensiones 12m, 5m y 1m. En el otro extremo de la diagonal de la caja está una mosca. La araña se dirige a la mosca recorriendo una distancia mínima sobre la superficie de la caja. Calcule el menor ángulo que forma la ruta de la araña sobre la tapa con una arista de la caja.



Haciendo un dobles en las caras BCGF y CGHD tenemos:



Luego para que θ sea mínimo, tendremos que $c = 12,\ a = 5$ y $b = 1,$ por lo tanto

$$\tan\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \arctan(\frac{1}{2})$$

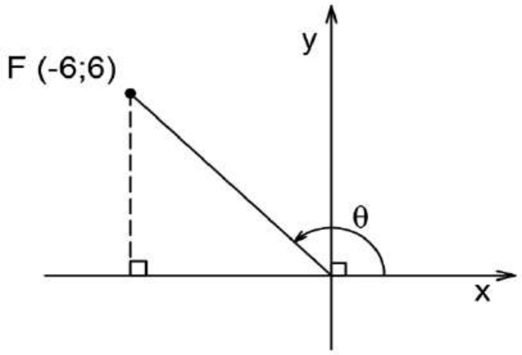
Respuesta: A

35. Determine la medida de un ángulo en posición normal cuyo lado final pasa por el punto de intersección de las rectas $L_1:\ 3y + 2x - 6 = 0$ y $L_2:\ 3x + 2y + 6 = 0$.

Determinando el punto $A \in L_1 \cap L_2$:

$$\begin{array}{l} 3y + 2x = 6 \\ 3x + 2y = -6 \end{array} \Rightarrow x = -6;\ y = 6$$

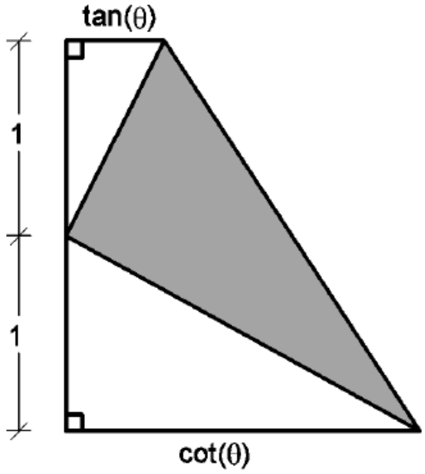
Por tanto $A = (-6; 6)$ y del enunciado se tiene

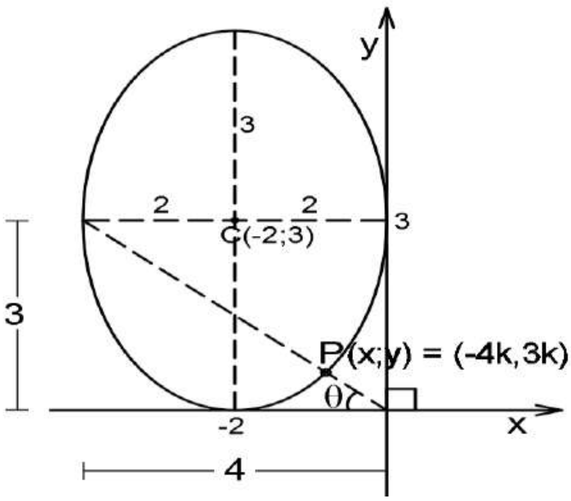


y por lo tanto el ángulo pedido $\theta = 135^o$

Respuesta: D

36. En la figura mostrada, ¿para qué valor de θ el área sombreada es mínima?





De la figura

$FC = Sec(\theta)$ y FD= Csc(θ),

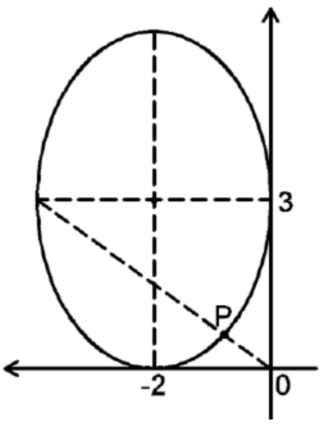
entonces $Área = \dfrac{1}{2}\sec(\theta)\csc(\theta) = \csc(2\theta).$

Como $\csc(2\theta) \geq 1$, y como el área debe ser mínimo entonces este debe ser igual a uno.

Es decir. $\csc(2\theta)=1$ por tanto $\theta=\dfrac{\pi}{4}$

Respuesta: D

37. Halle las coordenadas del punto P que pertenece a la elipse de la figura:



Del gráfico se tendrá que la ecuación de la elipse es:

$$\zeta:\quad \frac{(x+2)^2}{4}+\frac{(y-3)^2}{9}=1$$

y sea $P\in\zeta$.

Como $tan(\theta)=\dfrac{3}{4}$ entonces $P=(-4k,3k)$ con $k>0$.

Como P pertenece a la elipse, entonces se tiene

$$\frac{(-4k+2)^2}{4}+\frac{(3k-3)^2}{9}=1,$$

Así

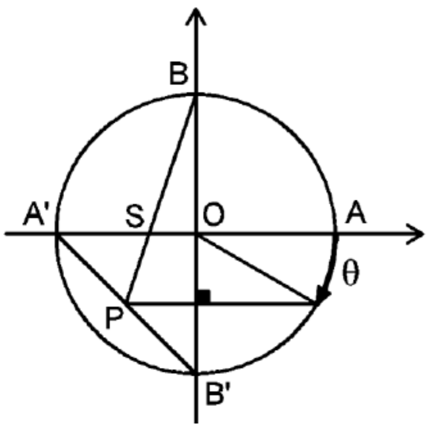
$$k=\frac{1}{5}\ \vee\ k=1,\text{ pero }\ 3k<3,$$

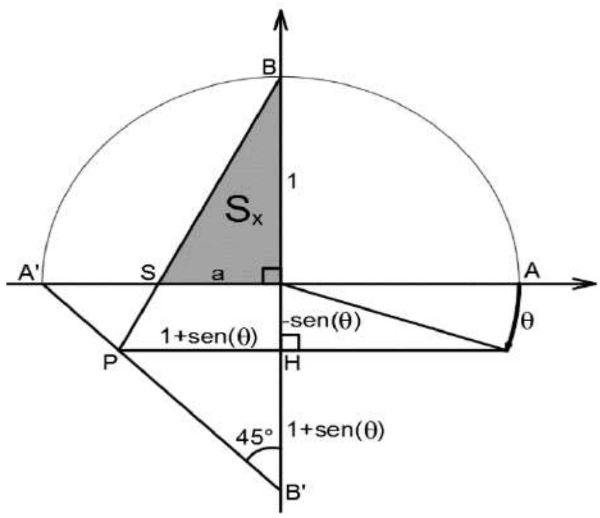
entonces

$$k=\frac{1}{5}\ \text{ y por lo tanto }\ P=\left(\frac{-4}{5},\frac{3}{5}\right).$$

Respuesta: A

38. En la circunferencia trigonométrica de la figura mostrada, el ángulo θ está en posición normal. Determine el área de la región triangular SOB.





Nos piden $S_x=\dfrac{a}{2}$.

De la circunferencia trigonométrica se tiene que:

$$OH=-sen(\theta),\ HB'=1+sen(\theta)$$

Como $OB'A'=45°$, $PH=1+sen(\theta)$.

Por semejanza en los triángulos rectángulo PHB y SOB PBH y SBO se obtiene:

$$a=\frac{1+sen(\theta)}{1-sen(\theta)}$$

Por lo tanto el área pedido

$$S_x = \frac{1}{2}\frac{(1+sen(\theta))}{(1-sen(\theta))}$$

Respuesta: D

39.Simplifique

$$K = \sqrt{3(\text{ctg } 60^o + \text{tg } 27^o)(\text{ctg } 60^o + \text{tg } 33^o)}$$

$$k = \sqrt{3\left(\frac{\cos 60°}{sen60°} + \frac{sen27°}{\cos 27°}\right)\left(\frac{\cos 60°}{sen60°} + \frac{sen33°}{\cos 33°}\right)}$$

Operando y aplicando la propiedad de la suma de ángulos se tiene

$$k = \sqrt{3\frac{\cos 33° \cos 27°}{sen60° \cos 27° sen60° \cos 33°}},$$

simplificando obtenemos

$$k = \sqrt{3\csc^2 60°} == \sqrt{3\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2} = 2.$$

Respuesta: A

40. La distribución diaria de luz solar durante el año en Lima está dada por una función de la forma

$$f(t) = A\ sen(\omega(t-\alpha)) + \beta \quad \text{horas}$$

donde "t" es el número de días transcurridos del año. El día más largo tiene 12 h de luz, el día más corto 10 h, y se sabe que el 23 de febrero hubo 11 h de luz. ¿Cuál de las siguientes funciones describe explícitamente $f(\tau)$?

Del enunciado tenemos:

1. $f_{max} = 12, \quad f_{min} = 10.$

Estos son alcanzados cuando $Sen(w(t-\alpha)) = 1$ y $Sen(w(t-\alpha)) = -1$, respectivamente.

Entonces $A+\beta = 12$ y $-A+\beta = 10$,
de donde

$$A = 1 \text{ y } \beta = 11.$$

2. El periodo será T=365 ó T=366,

luego,

$$\omega = \frac{2\pi}{365} \quad \text{ó} \quad \omega = \frac{2\pi}{366}.$$

3. Como el día 23 de febrero hubo 11 h de luz, entonces

$$t_o = 23 + 31 = 54 \text{ días},$$

luego,

$$f(54)=A sen(\omega(54-\alpha))+\beta=11,$$

y como $\beta = 11$ y A=1, se tiene

$$Sen(\omega(54-\alpha)) = 0,$$

y así $\alpha = 54.$ Por lo tanto

$$f(\tau) = sen\left(\frac{2\pi}{365}(\tau - 54)\right) + 11$$

ó

$$f(\tau) = sen\left(\frac{2\pi}{366}(\tau - 54)\right) + 11.$$

Respuesta: D

TERCERA PRUEBA

FÍSICA Y QUÍMICA

FÍSICA - QUÍMICA

1. Calcule aproximadamente la magnitud de la fuerza de gravedad terrestre (en N) sobre una nave espacial que se encuentra a 12 800 km de distancia de la superficie terrestre. La masa de la nave es de 1 350 kg. Considere la constante de gravitación universal $6,67\times10^{-11}N\cdot m^2/kg^2$, el radio de la tierra 6370 km y la masa de la tierra $5,97\times10^{24}$ kg.

   La aceleración de la gravedad a una distancia h desde su superficie:

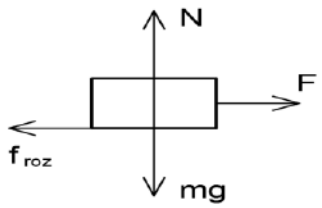
   $$g=\frac{GM_T}{(h+R_T)^2}$$, La fuerza sobre la nave

   $$F=mg=\frac{GM+m}{(h+R_T)^2}$$, reemplazando datos

   F=1463N

   Respuesta: D

2. Una fuerza $\vec{F}$ de magnitud igual a 27,62 N se aplica horizontalmente sobre una masa de 10 kg que se encuentra sobre una superficie horizontal con coeficiente de rozamiento cinético igual a 0,2. Si la masa parte del reposo y se desplaza 10 m, calcule la potencia media (en W) que ha desarrollado la fuerza. $(g=9,81\,m/s^2)$



$$\sum F_y=0 \rightarrow N=mg$$
$$f_{roz}=un=umg$$
$$f_{roz}=(0,2)(10)(9,81)=19.62$$
$$\sum F_x=ma$$
$$F-F_{roz}=ma$$
$$27,62-19.62=10a$$
$$a=0.80\ m/s^2$$

Distancia recorrida:

$$\triangle x=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t=\sqrt{\frac{2\times10}{0.8}}$$
$$t=5.00$$

La polenca será $P=\frac{F.\ \triangle x}{T}$

$$P=\frac{(27,62)(10)}{5}=55.24w$$

Respuesta: E

3. Una bala de 10 g de masa impacta contra un cubo de madera que está en reposo, de modo que se incrusta en el cubo. La rapidez del sistema bala-cubo luego de la colisión fue de 0,6 m/s. Determine la rapidez, en m/s, con la que la bala colisionó al cubo. La masa del cubo es de 5 kg. $(g=9,81\,m/s^2)$

   Conservación de la cantidad de movimiento

   $$m_b v_b=(m_b+m_{cubo})\ V$$
   $$(10\times10^{-3})V_b=(0.01+5.00)(0.6)$$
   $$V_b=300,6\ m/s$$

   Respuesta: C

4. Una masa de 0,6 kg cuelga de un resorte y realiza 3 oscilaciones completas en un segundo con una amplitud de 13 cm. Calcule la rapidez (en m/s) de la masa, cuando pasa por el punto de equilibrio. $(g=9,81\,m/s^2)$

   De los datos, el periodo es:

   $$T=\frac{1}{3}\ s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3}\frac{rad}{s}$$

La velocidad en la posición de equilibrio será:

$$V = AW = (0.13)(\frac{2\pi}{3})$$

$$V = 2.45\ m/s$$

Respuesta: C

5. Una onda transversal que se propaga a lo largo de una cuerda es descrito por:

$$y = 0{,}02\ \text{sen}\ (0{,}5t - 1{,}2x - \pi/6)$$

donde x e y están en metros y t en segundos. Determine la rapidez máxima (en cm/s) que puede tener un punto cualquiera de la cuerda.

$V_{max} = ACU$, de la Ec. de la onda

$$V_{max} = (0.02)(0.5)$$

$$V_{max} = 1.00\ \frac{cm}{s}$$

Respuesta: A

6. Un cuerpo de 10kg de masa realiza un movimiento unidimensional sin fricción a lo largo del eje x. Calcule la magnitud de una fuerza $\vec{F}$ (en N) a lo largo del eje x, que debe aplicarse al cuerpo para que partiendo del reposo y al cabo de 4 s, adquiera una rapidez de 20 m/s.

Su aceleración será según datos

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{20}{4} = 5{,}0\, m/s^2$$

Y la fuerza debe ser:

$$F = ma = (10)(5) = 50\ N$$

Respuesta: C

7. La presión absoluta en el fondo de un recipiente es 202 kPa. Si la presión manométrica se duplica, calcule en que porcentaje se incrementa la presión absoluta. (1atm = 101 kPa).

Inicialmente

$$Pab_1 = Pmn_1 + Patm$$
$$202 = Pmn_1 + 101$$
$$Pmn_1 = 101\ KPa$$

Finalmente

$$Pab_2 = Pmn_2 + Patm$$

$$Pab_2 = 202 + 101 = 303 KPa$$

En % se incrementa:

$$\frac{303 - 202}{202} \times 100 = 50\%$$

Respuesta: E

8. Un gas ideal sigue un proceso termodinámico donde la presión P y el volumen V cumplen la relación:

$$PV^{3/2} = \text{constante}$$

Si el gas se expande a un volumen final que es 4 veces su volumen inicial, determine la razón de la temperatura final a la inicial, si durante el proceso se mantiene la misma cantidad de gas.

De la Ec:

$$P_O V_O^{3/2} = P_f (4V_o)^{3/2}$$
$$P_f = \frac{1}{8}P$$

De la ecuación de los gases:

$$\frac{P_o V_o}{T_o} = \frac{(\frac{1}{8}P_o)(4V_o)}{T_f}$$

$$\frac{T_f}{T_o} = \frac{1}{2}$$

Respuesta: B

9. Cuando un objeto cae se produce una fuerza por la fricción con el aire, que depende del producto del área de superficie transversal A y el cuadrado de su rapidez v, obedeciendo a la ecuación:

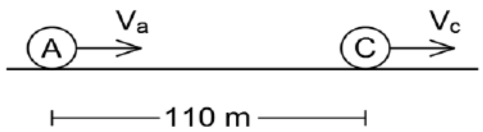
$$F_{aire} = CAv^2$$

dimensionalmente correcta. Calcule la dimensión de C.

$$F=CAV^2$$
$$MLT^{-2}=[C]L^2L^2T^{-2}$$
$$[C]=ML^{-3}$$

Respuesta: B

10. En una autopista un automóvil que va a 88 km/h se encuentra a $110\ \text{m}$ detrás de un camión que va a 75 km/h. Calcule aproximadamente el tiempo, en s, que le tomará al automóvil alcanzar al camión. Los dos vehículos realizan un MRU.



Auto $X_A = V_a t$

Camión $X_c = 110 + V_c t$

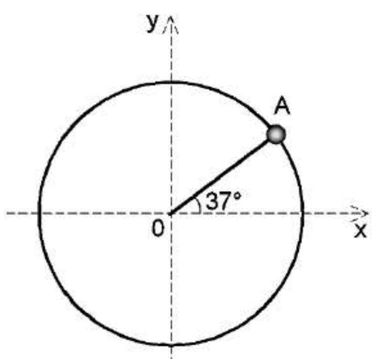
Para que se encuentren $X_A = X_c$

De donde $t = \dfrac{110}{V_a - V_c} = \dfrac{0.11}{88-75}$ horas

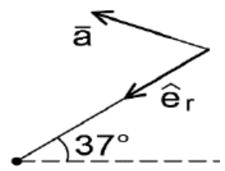
t=30.5 segundos

Respuesta: E

11. Una partícula se mueve por una trayectoria circular de radio $5\ \text{m}$. Si al pasar por A su aceleración es $\vec{a} = \left(-\frac{24}{5}\hat{i} + \frac{7}{5}\hat{j}\right)\frac{m}{s^2}$; determine aproximadamente para ese instante su rapidez (en m/s).



La aceleración radial se calcula como

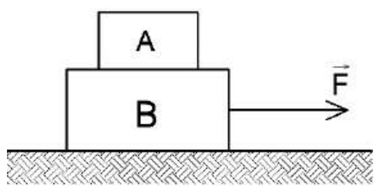


La aceleración radial se calcula como:

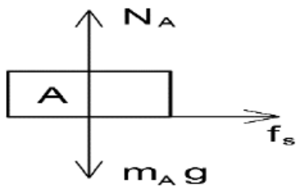
$$a_c = \bar{a}.\ e_r$$
$$\bar{a}_c = \left(\frac{-24}{5}\hat{i} + \frac{7}{5}\hat{j}\right) \times \left(-\frac{4}{5}\hat{i} - \frac{3}{5}\hat{j}\right)$$
$$a_c = 3 \text{ y como } a_c = \frac{V^2}{R}$$
$$V = \sqrt{(3)(s)} = 3.87\ m/s$$

Respuesta: C

12. En el sistema mostrado determine la máxima magnitud de la fuerza $\vec{F}$ (en N), tal que el cuerpo A de 2kg de masa no resbale, considere que la masa del cuerpo B es 8kg. Los coeficientes de fricción estático y cinético son $0,8$ y $0,5$ entre todas las superficies en contacto. $(g = 9,81\,\text{m}/\text{s}^2)$



DCL del bloque A

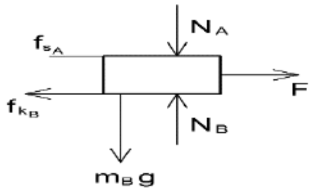


$$\sum Fy = 0$$
$$N_A = m_A g$$
$$\sum Fx = m_A a$$
$$u_s m_A g = m_A a$$

Aceleración del sistema:

$$a = u_s g = 0.8\ g$$
$$fs_A = u_s m_A g = 1.6\ g$$

DCL del Bloque B:



$$\sum Fy = 0$$

$$N_B = (m_A + m_B)g$$

$$N_B = 10g$$

Entonces, $f_{kB} = u_k N_B$

$$f_{kB} = 5\ g$$

Ahora, $\sum F_x = m_B a$

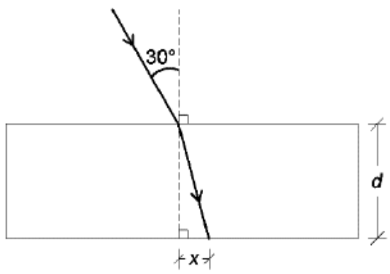
$$F - f_{s_A} - f_{kB} = m_B a$$

$$F - 1.6\ g - 5\ g = (8)(0.8\ g)$$

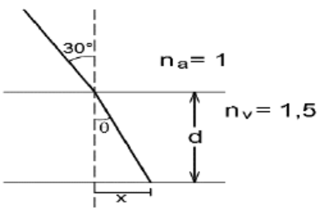
$$F = 127.5\ N$$

Respuesta: D

13. Un rayo de luz incide sobre un vidrio de caras paralelas y espesor *d*, inmersa en el aire, tal como se muestra en la figura. El índice de refracción del vidrio es 1,5 y la distancia *x* es 2 cm. Calcule *d*, en cm. Considere el índice de refracción del aire aproximadamente igual a uno.



Por la ley de Snell



$$n_a sen30 = n_u sen\theta$$

$$sen\theta = \frac{1}{3}$$

Entonces

$$\cos\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

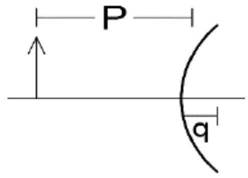
De la figura

$$\text{tang}\,\theta = \frac{x}{d}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{d} \rightarrow d = 4\sqrt{2}$$

Respuesta: E

14. Un objeto se encuentra a 60 cm del vértice de un espejo convexo cuyo radio de curvatura es 60 cm. Calcule cuánto se desplaza la imagen, en cm, si se duplica el radio de curvatura.



1er Caso $\quad \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{f_1}$

Como $\quad p_1 = 60 \;\; f_1 = -30$

Entonces $\quad q_1 = -20cm$

En el 2do Caso $\quad P_2 = 60$

$$F_2 = -60$$

$$\frac{1}{q_2} = +\frac{1}{-60} - \frac{1}{60} \rightarrow q_2 = -30\text{cm}$$

La imagen se desplazó 10 cm

Respuesta: A

15. La función trabajo de cierto material es 2 eV. Calcule aproximadamente con que longitud de onda máxima (en nm) debe incidir una onda electromagnética sobre el material para que se produzca el efecto fotoeléctrico.

$(h = 4{,}14 \times 10^{-15} eV \cdot s \;\; ; \;\; c = 3x10^{8}\, m/s)$

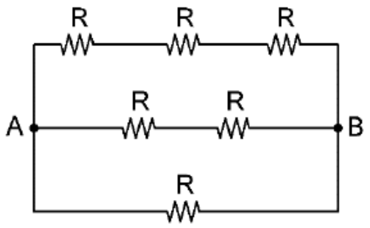
Del efecto Fotoeléctrico

$$hv = \varnothing + E_k$$
$$\text{si es maximo } \Rightarrow E_k = 0$$
$$\frac{hc}{d} = \varnothing \Rightarrow d = \frac{hc}{\varnothing}$$
$$d = \frac{4.14 \times 10^{-5} \times 3 \times 10^{8}}{2} = 6.21 \times 10^{-7} m$$

$$d = 621mm$$

Respuesta: C

16. En el esquema de la figura calcule la resistencia equivalente (en Ω) entre los puntos A y B. El valor de R es $1\,\Omega$.



La resistencia equivalente será:

$$\frac{1}{Req} = \frac{1}{3R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R}$$

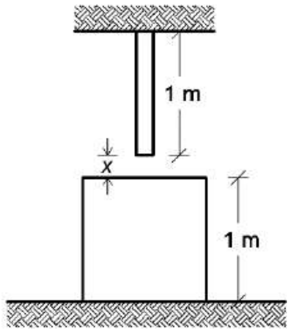
$$Req = \frac{6}{11} R$$

$$Req = \frac{6}{11} \Omega$$

Si R=1,0 ohm

Respuesta: B

17. Un cubo de cobre se encuentra sobre el piso. Por encima del cubo se cuelga de un techo una varilla delgada de aluminio de 1m, como se indica en el dibujo. Calcule la separación *x*, en mm, si se sabe que cuando la temperatura aumenta en 20 ºC, el cubo y la varilla se juntan. Los coeficientes de dilatación lineal del cobre y del aluminio son $17 \times 10^{-6}\,{}^{o}C^{-1}$ y $24 \times 10^{-6}\,{}^{o}C^{-1}$ respectivamente.



La dilatación lineal para el cubo y el aluminio

$$\left.\begin{aligned} \triangle X_{ai} &= \alpha_{ai} L_{ai} \triangle T \\ \triangle X_{a\ell} &= \alpha_{a\ell} L_{a\ell} \triangle T \end{aligned}\right\} (+)$$
$$\triangle X_{ai} + \triangle X_{a\ell} = (\alpha_{ai} L_{ai} + \alpha_{a\ell} L_{a\ell}) \triangle T$$

Reemplazando datos

$$X = \triangle X_{ai} + \triangle X_{al} = (17 \times 10^{-6} \times 1 + 24 \times 10^{-6})20$$
$$x = 0.82\ mm$$

Respuesta: B

18. Se tiene un sistema de 10 condensadores idénticos que se unen en serie. En este caso el sistema conectado a una batería almacena $5\,mJ$ de energía. Calcule la energía, en J, que almacena el sistema si los mismos condensadores se unen en paralelo y se conectan a la misma batería.

En el 1er caso: En serie

$$Ceq = \frac{C}{10}$$

la energia almacenada

$$E_1 = \frac{1}{2} Ceq V^2 = \frac{C}{20} V^2$$

En el 2do caso: en Paralelo

Ceq=10C

Energía Almacenada

$$E_2 = \frac{1}{2}C_{eq}V^2 = 5CV^2$$

Entonces:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{5CV^2}{\frac{CV^2}{20}} = 100$$

$$E_2 = 100x5x10^{-3} = 0.50$$

Respuesta: E

19. Determine cuántos focos unidos en serie se necesitan para elaborar un arreglo de luces navideñas, si cada foco soporta 5V y se debe conectar sin transformador a la red eléctrica de 220V.

Como están en serie

$$n\Delta v = E_{fuente}$$

$$\text{n}=\frac{220}{5} = 44$$

Respuesta: D

20. Un solenoide muy largo con una corriente de 4 A genera un campo magnético de $1{,}5\times10^{-2}\text{ T}$ sobre su eje. Si se quiere generar el mismo campo magnético pero con una corriente de $2{,}5\text{ A}$; indique en que porcentaje se debe aumentar el número de espiras por unidad de longitud.

Como

$$B=u_o in$$

$$B_1 = u_o(4)n_1$$

$$B_2 = u_o(2.5)n_2$$

condición $B_1=B_2$

entonces $n_2=1.6n_1$

El número de espiras se debe incrementar

$$\frac{n_2 - n_1}{n_1}x100 = 60\%$$

Respuesta: D

QUÍMICA

21. Todas las sustancias que se mencionan a continuación se utilizan como fertilizantes que contribuyen a la nitrogenación del suelo. Basándose en su composición centesimal, ¿cuál de ellas representa la mejor fuente de nitrógeno?
Masa atómica: N = 14

COMPOSICIÓN CENTESIMAL

La composición centesimal (CC) se determina mediante la expresión:

$$C.C = \frac{\text{Masa del elemento}}{\text{Masa del compuesto}} \times 100\%$$

Para 1 mol de cada compuesto:

$$Urea:\ (NH_2)CO \Rightarrow C.C_{(N)} = \frac{2(14g)}{60g} \times 100\% = 46.66\%$$

$$\text{Nitrato de amonio: } NH_4NO_3 \Rightarrow C.C_{(N)} = \frac{1(14g)}{80g} \times 100\% = 17.5\%$$

$$\text{Guanidina}: NC(NH_2)_2 \Rightarrow$$

$$C.C_{(N)} = \frac{3(14g)}{59g} \times 100\% = 71.18\%$$

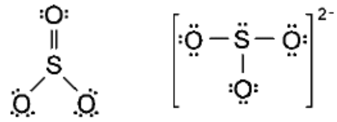
$$Amoniaco: NH_3 \Rightarrow C.C_{(N)} = \frac{1(14g)}{17g} \times 100\% = 82.35\%$$

$$\text{Cloruro de amonio: } NH_4CL \Rightarrow C.C_{(N)} = \frac{1(14g)}{53.5g} \times 100\% = 26.16\%$$

El compuesto que presenta mayor composición centesimal de nitrógeno, contribuye mejor a la nitrogenación del suelo.

Respuesta: D

22. Teniendo en cuenta las siguientes estructuras de Lewis:



SO_3 $\quad$ SO_3^{2-}

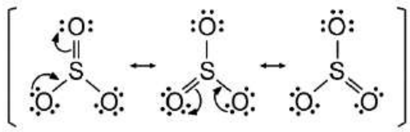
Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F):

I. El SO_3 presenta 3 estructuras resonantes.
II. El SO_3^{2-} tiene 4 estructuras resonantes.
III. La longitud del enlace oxígeno-azufre es menor en el SO_3 que en el SO_3^{2-}.

ESTRUCTURA DE LEWIS

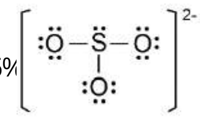
Las especies SO_3 y SO_3^{-2} presentan las siguientes estructuras resonantes:

i. SO_3 :



Tres estructuras resonantes

ii. SO_3^{2-} :



No presenta estructuras resonantes

iii. La longitud del enlace (S-O) en el SO_3 es menor debido a las estructuras resonantes.

Respuesta: D

23. ESTADO DE OXIDACIÓN
El selenio se aplica ampliamente en la electrotecnia para fabricar rectificadores de corriente alterna. ¿Cuál es el óxido superior ($_{34}Se$ con mayor estado de oxidación) que forma el selenio?

El estado de oxidación (E.O) es la carga real que presenta un determinado elemento en un compuesto. Así por ejemplo el selenio (Se) tiene diversos E.O cuando forma compuestos con el oxígeno (E.O=-2)

$$S_e^{+2}O^{-2} \Rightarrow E.O = +2$$
$$S_e^{+4}O_2^{-2} \Rightarrow E.O = +4$$
$$S_e^{+6}O_3^{-2} \Rightarrow E.O = +6$$
$$S_e^{+3}O_3^{-2} \Rightarrow E.O = +3$$
$$S_{e2}^{+4}O_4^{-2} \Rightarrow E.O = +4$$

El S_eO_3 es el óxido donde el selenio tiene su máximo E.O.

Respuesta: C

24. En relación a las fuentes de contaminación ambiental, ¿cuáles de las siguientes fuentes pueden, en general, contaminar las masas de agua?

I. Los desagües domésticos.
II. El drenaje de tierras fertilizadas artificialmente.
III. El agua caliente proveniente de las calderas industriales.

FUENTES DE CONTAMINACIÓN DEL AGUA

El agua está contaminada cuando su composición ha sido alterada y ya no reúne las condiciones necesarias para ser utilizado beneficiosamente en el consumo humano y de los animales.

Existen diferentes tipos de contaminantes del agua: Basura, desagües domésticos, desechos químicos de industrias, drenaje de tierras fertilizadas, agua caliente proveniente de las industrias, entre otros.

En base a lo mencionado, las proposiciones mencionadas serían correctas.

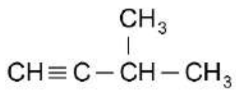
Respuesta: E

25. Teniendo en cuenta la química orgánica, indique ¿cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?

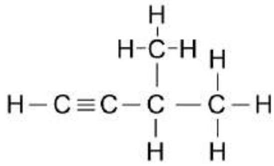
I. El compuesto 3-metil-1-butino tiene 11 enlaces sigma y 2 enlaces pi.
II. El compuesto aromático $C_6H_4C\ell_2$ tiene 2 isómeros.
III. La hibridación de ambos carbonos en la molécula BrHC=CHBr es sp^2.

QUÍMICA ORGÁNICA

i. Compuesto : 3-metil-1-butino



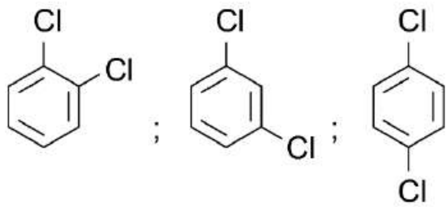
Fórmula semidesarrollada



Fórmula desarrollada

Enlaces simples =11(δ)
Enlaces triple = 1(1δ y 2π)
Total = 12 δ + 2 π

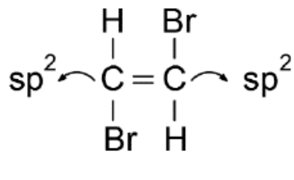
ii. Compuesto aromático $C_6H_4Cl_2$



(orto) (meta) (para)

Tiene 3 isómeros de posición

iii. Compuesto $BrHC = CHBr$



Ambos carbonos presenta hibridación sp^2

En base a los resultados, las proposiciones serian:

I) Incorrecto
II) Incorrecto
III) Correcto

Respuesta: C

26. Dadas las siguientes proposiciones respecto a las propiedades de tres líquidos: acetona (CH_3COCH_3), etanol (C_2H_5OH) y etilenglicol (CH_2OHCH_2OH), ¿cuáles son correctas?

I. El etanol es el líquido que presenta mayor presión de vapor.
II. El etilenglicol presenta mayor punto de ebullición que el etanol.
III. La acetona tiene menor viscosidad que el etanol.

Masas atómicas: H = 1; C = 12; O = 16

PROPIEDADES DE LÍQUIDOS

Las propiedades de los líquidos dependen de las fuerzas intermoleculares presentes en las sustancias.

La intensidad de las fuerzas intermoleculares varía según:
Puente de hidrógeno > dipolo-dipolo>London

Punto de ebullición: Temperatura en el cual un líquido cambia a estado gaseoso. A mayor fuerza intermolecular, mayor sería el punto de ebullición.

$CH_2OHCH_2OH > C_2H_5OH$

Etilenglicol	etanol
(Mayor cantidad de Puente de hidrógeno	(Menor cantidad puente hidrógeno)

Presión de vapor: Presión ejercida por el vapor de un líquido a una determinada temperatura. A menor fuerza intermolecular, mayor será la presión del vapor.

$CH_3COCH_3>$	$C_2H_5OH>$	CH_2OHCH_2OH
Acetona	Etanol	Etilenglicol
(Dipolo-Dipolo)	(Puente de Hidrogeno)	(Puente de Hidrogeno)

Viscosidad: Resistencia a fluir que presenta un líquido. A mayor fuerza intermolecular, mayor será la viscosidad.

C_2H_5OH	$>$	CH_3COCH_3
Etanol		Acetona
(Puente de Hidrogeno)		(Dipolo-Dipolo)

En base a los resultados obtenidos, se tiene:

I. Incorrecta
II. Correcta
III. Correcta

Respuesta: E

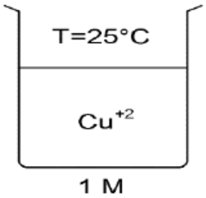
27. Se necesita almacenar una solución acuosa de Cu^{2+} (1 M) a 25 ºC. ¿Qué recipiente metálico recomendaría para almacenar dicha solución?
Potencial estándar (V):

$E^{\circ}_{Cu^{2+}/Cu} = +0,340$, $E^{\circ}_{Zn^{2+}/Zn} = -0,763$

$E^{\circ}_{Ag^{+}/Ag} = +0,800$, $E^{\circ}_{Fe^{2+}/Fe} = -0,440$

$E^{\circ}_{Sn^{2+}/Sn} = -0,137$, $E^{\circ}_{A\ell^{3+}/A\ell} = -1,676$

ELECTROQUÍMICA



Recipiente Metálico (M)
La solución de Cu^{+2} se almacenará en el recipiente metálico, cuando no ocurre reacción redox entre Cu^{+2} y el metal del recipiente (proceso no espontaneo; E<0)

$$\text{Red: } Cu^{+2}_{(ac)} + 2e^- \rightarrow Cu_{(s)}$$
$$\text{Ox: } M_{(s)} \rightarrow M^{+n}_{(ac)} + ne^-$$
$$Cu^{+2}_{(ac)} + M^{+2e-}_{(s)} \rightarrow Cu_{(s)} + M^{+n}_{(ac)} + ne^-$$

$$E^{\circ}_{Acd} = +0.34v$$
$$E^{\circ}_{ox} = ??$$
$$E^{\circ}_{celda} < 0$$

Entonces

Metal (M)	E° ox(v)	E° celda (v)
Zinc	+0.763	+1.103
Plata	-0.800	-0.460
Hierro	+0.440	+0.780
Estaño	+0.137	+0.477
Aluminio	+1.676	+2.016

Respuesta: B

28. La siguiente tabla presenta algunos valores de potencial redox estándar:

Semirreacción	E° (V)
$Mg^{2+}{}_{(ac)} + 2e^- \rightarrow Mg_{(s)}$	$-2{,}36$
$Zn^{2+}{}_{(ac)} + 2e^- \rightarrow Zn_{(s)}$	$-0{,}76$
$2H^+{}_{(ac)} + 2e^- \rightarrow H_{2(g)}$	$0{,}00$
$Br_{2(\ell)} + 2e^- \rightarrow 2Br^-{}_{(ac)}$	$+1{,}07$
$C\ell_{2(g)} + 2e^- \rightarrow 2C\ell^-{}_{(ac)}$	$+1{,}36$

En condiciones estándar, ¿cuál de las especies mostradas es el mejor agente reductor?

ELECTROQUIMICA

En una reacción redox, las sustancias que participan se denominan agente oxidante (sustancia que se reduce) y agente reductor (sustancia que se oxida).
Según la tabla de potenciales de reducción a 25°c y condiciones estándar.

Semi reacción	$E^\circ_{rea\ (v)}$	$E^\circ_{ox\ (v)}$
Mg^{2+}/Mg	-2,36	+2,36
$Zn^{2+}/Zn_{(s)}$	-0,76	+0,76
H^+/H_2	0,00	0,00
Br_2/Br^-	+1,07	-1,07
Cl_2/Cl^-	+1,36	-1,36

Aumenta la facilidad de la oxidación (mejor agente reductor)

El Mg tiene la mayor facilidad a la oxidación, por lo que será el mejor agente reductor.

Respuesta: B

29. ¿Cuáles de las siguientes propiedades son extensivas?

I. La dureza de un sólido iónico.
II. La temperatura de condensación del vapor de agua.
III. La maleabilidad de metales.
IV. La masa de una muestra líquida.

PROPIEDADES DE LA MATERIA

Las propiedades físicas y químicas de la materia pueden ser extensivas o intensivas.

Extensivas: Depende de la cantidad de la materia.
Ejemplos: masa, longitud, volumen, etc.
Intensivas: No depende de la cantidad de la materia.
Ejemplos: Dureza, temperatura, maleabilidad, etc.

Respuesta: A

30. Dadas las siguientes proposiciones respecto al modelo de Bohr, ¿cuáles son correctas?

I. Propone la existencia de estados energéticos cuantizados para los electrones.
II. Un nivel energético es una órbita circular con energía específica y constante.
III. El electrón puede emitir o absorber energía solo cuando pasa de un nivel energético a otro.

TEORÍA ATÓMICA
Para establecer el modelo de Bohr, se deben tener en cuenta los siguientes postulados:

i. Los electrones describen órbitas circulares alrededor del núcleo sin irradiar energía.

ii. Los electrones se encuentran en estados energéticos cuantizados.

iii. El electrón solo emite o absorbe energía en los saltos de una órbita permitida a otra.

En base a los 3 postulados establecidos, se tiene:

I. Correcta
II. Correcta
III. Correcta

Respuesta: E

31. Dadas las siguientes proposiciones referidas a propiedades de los elementos químicos: oxígeno (Z = 8) y magnesio (Z = 12), ¿cuáles son correctas?

I. El oxígeno tiende a formar cationes.
II. El magnesio es buen conductor del calor.
III. A condiciones ambientales, el oxígeno se presenta como gas y el magnesio como sólido.

PROPIEDADES DE LA MATERIA

Las propiedades son características que permite reconocer a cada una de las sustancias químicas.

i. Los elementos metálicos tienden a formar cationes (pierden electrones) mientras los no metales forman aniones (ganan electrones). Por ejemplo, el oxígeno forma el anión divalente: O^{2-}

ii. Generalmente los metales presentan buena conductividad eléctrica, en cambio los no metales son malos conductores de la corriente eléctrica. Por ejemplo, el magnesio (metal) presenta buenas propiedades de conductividad eléctrica.

iii. La mayoría de los elementos químicos en la tabla periódica, se encuentran en estado sólido (todos los metales, excepto el mercurio). Muy pocos se encuentran en estado gaseoso y líquido. Por ejemplo, el Mg es sólido, mientras que el oxígeno se encuentra como gas: O_2.

En base a lo mencionado, las proposiciones son:

I. Incorrecta
II. Correcta
III. Correcta

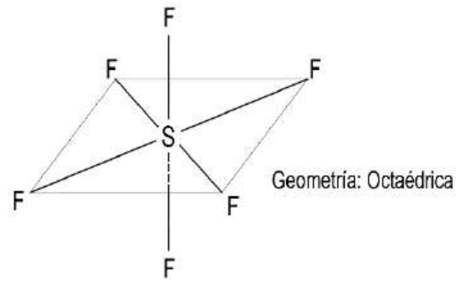
Respuesta: D

32. El hexafluoruro de azufre (SF_6) es utilizado en las suelas de las zapatillas deportivas con cámaras de aire. Al respecto, ¿cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?
Número atómico: S = 16; F = 9
Electronegatividad: S = 2,5; F = 4,0

I. La estructura del SF_6 tiene una geometría molecular piramidal trigonal.
II. Está formado por pares iónicos.
III. La estructura del SF_6 se explica debido a la existencia de orbitales d en el azufre.

GEOMETRÍA MOLECULAR

Hexafluoruro de azufre (SF_6): Compuesto inorgánico gaseoso que presenta geometría molecular octaédsica. En esta sustancia el azufre (S) utiliza sus orbitales tipo "d" para formar los enlaces coralentes con el fluor (F).



En base a lo indicado, las proposiciones son:
I. Incorrecta
II. Incorrecta
III. Correcta

Respuesta: C

33. Para el siguiente sistema en equilibrio:

$$N_{2(g)} + 3\ H_{2(g)} \rightleftharpoons 2\ NH_{3(g)}$$

Calcule el valor de la constante de equilibrio Kc del sistema a 500 ºC, si las presiones parciales en el equilibrio son: N_2, 0,432 atm; H_2, 0,928 atm; NH_3, $2,24 \times 10^{-3}$ atm.

$R = 0{,}082 \dfrac{\text{atm L}}{\text{mol K}}$

EQUILIBRIO QUIMICO

Para la siguiente reacción en equilibrio a 500°c:

$$N_{2(g)} + 3H_{2(g)} \rightleftharpoons 2NH_{3(g)}, K_c$$

Cuando se establece el equilibrio; las presiones parciales de las sustancias son:

$$Pn2 = 0.432atm; Ph2 = 0.928atm; Pnh3 = 2.24x10^{-3}atm$$

$$Kp = \frac{(\text{P}_{NH3})^2}{(\text{P}_{N2})(\text{P}h2)^3} = \frac{(0.00224)^2}{(0.432)^1(0.928)^3} = 1.453x10^{-5}$$

Ahora, como:

$$Kp = Kc(\text{RT})^{\Delta n}$$

$$t = 500°C = 773K \ \text{ y } \ \Delta\text{n=2-4=-2}$$

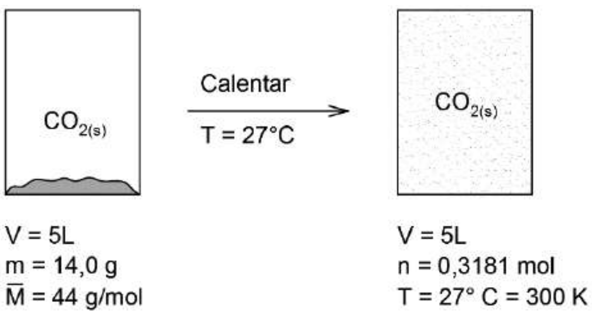
$$1.453x10^{-5} = K_c(0.082x773)^{-2}$$

$$Kc = 0.058$$

<u>Respuesta: B</u>

34. En un recipiente vacío de 5,0 L de capacidad se colocan 14,0 g de hielo seco, $CO_{2(s)}$. Se tapa herméticamente el recipiente y se calienta a 27 ºC, lo que provoca la completa sublimación del hielo seco. Determine la presión (en atm) dentro del recipiente.
$R = 0{,}082 \dfrac{\text{atm L}}{\text{mol K}}$
Masas atómicas: C = 12; O = 16

GASES IDEALES



El CO2 sublimado ejercerá presión:

$$PV = RTN$$

$$(P_{CO2})(5L) = (0.082 \frac{atmx}{molxK})(300k)(0.3181mol)$$

$$P_{CO2} = 1.56atm$$

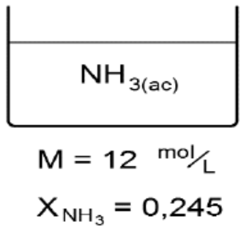
<u>Respuesta: A</u>

35. La fracción molar de amoníaco (NH_3) en una solución acuosa 12 M es 0,245. ¿Cuál es la densidad de la solución (g/mL)?
Masas atómicas: H = 1; N = 14; O = 16

SOLUCIONES

$$NH_3 : \overline{\text{M}} = 17\, g/mol$$

$$\text{H}_2\text{O} : \overline{\text{M}} = 18\, g/mol$$



En solución acuosa de NH3

$$X_{NH3} + X_{H20} = 1$$
$$0.245 + X_{H20} = 1$$
$$\Rightarrow X_{H20} = 0.755$$

Asumiendo:

$$V_{solucion} = 1L = 1000mL$$

$$N_{NH3} = 12\frac{mol}{L}x1L = 12mol \Rightarrow M_{NH3} = 204g$$

Ahora, las moles y masa de H_2O serán

$$X_{H2O} = \frac{N_{H_2O}}{N_{NH3} + N_{H_2O}} \Rightarrow 0.755 = \frac{N_{H_2O}}{12 + N_{H_2O}}$$

$$N_{H2O} = 36.97mol \Rightarrow M_{H2O} = 665.46g$$

Finalmente, la densidad de la solución será:

$$Dsol = \frac{Msol}{Vsol} = \frac{M_{NH3} + M_{H2O}}{Vsol}$$

$$\frac{(204+665.46)g}{1000ml}=0.87g/ml$$

Respuesta: E

36. La azida de sodio (NaN_3) es una sal que generalmente se emplea como generador de gas nitrógeno en la fabricación de airbags. Esta sal puede obtenerse de acuerdo a la siguiente reacción:

$$3\ NaNH_2 + NaNO_3 \rightarrow NaN_3 + 3\ NaOH + NH_3$$

Si se obtienen 1,81 g de sal a partir de 5,0 g de $NaNH_2$, ¿cuál fue el porcentaje de rendimiento obtenido?
Masas atómicas: Na = 23; N=14; H=1; O=16

ESTEQUIOMETRÍA

El proceso de obtención de la azida de sodio (NaN_3) se da mediante la reacción:

$$3NaNH_2 + NaNO_3 \rightarrow NaN_3 + 3NaOH + NH_3$$

$$\begin{array}{llllll} Moles: & 3\text{mol} & 1\text{mol} & 1\text{mol} & 3\text{mol} & 1\text{ mol} \\ \overline{\text{M}}: & 39\,{}^{g}\!/\!_{mol} & 85\,{}^{g}\!/\!_{mol} & 65\,{}^{g}\!/\!_{mol} & 40\,{}^{g}\!/\!_{mol} & 17\,{}^{g}\!/\!_{mol} \\ Masas: & 117\text{ g} & 85\text{g} & 65\text{g} & 120\text{g} & 17\text{g} \end{array}$$

La masa máxima de NaN_3 que se obtiene a partir de 5.0 g de $NaNH_2$ es:

$$M_{NaN_3}=5.0gNaNH_2\left(\frac{65gNaN_3}{117gNaNH_2}\right)=2.77NaN_3$$

Ahora, si solo se obtuvo 1.81 g de NaN_3, el porcentaje de rendimiento será:

$$\%\text{R endimiento}=\frac{\text{Masa Real NaN}_3}{\text{Masa Maxima NaN}_3}x100\%$$

$$=\frac{1.81g}{2.77g}x100\%=65.3\%$$

Respuesta: C

37. Los polímeros son macromoléculas formadas por la unión repetida de una o varias moléculas por enlaces covalentes. Al respecto, ¿cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?

I. Dependiendo de su origen, los polímeros pueden ser naturales o sintéticos.
II. Las moléculas que se combinan para formar los polímeros se denominan celdas unitarias.
III. Las reacciones de polimerización pueden ser divididas en dos grandes grupos: adición y condensación.

POLÍMEROS

Los polímeros son moléculas de elevada masa molar (macromoléculas) formadas por la unión, mediante enlaces covalentes, de una o varias unidades simples llamadas monómeros.
Los polímeros presentan diversas clasificaciones, sin que sean excluyentes entre sí.

-Según su origen: Pueden ser naturales (proteínas, polisacáridos, etc) y sintéticos (poliestireno, policloruro de vinilo, etc)

-Según su mecanismo: Pueden ser de adición. Esta polimerización se genera cuando un catalizador inicia la reacción y se da mediante un mecanismo radicalario. La otra polimerización es de condensación, lo cual implica la formación del polímero y una molécula de agua.

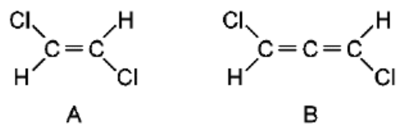
-Según sus aplicaciones: Pueden ser elastómeros, adhesivos, fibras, plásticos entre otros.
-Según su comportamiento: Pueden ser elastómeros, termoestables, termoplásticos con la temperatura.

Según, el concepto y la clasificación planteada, se tiene:

I. Correcta
II. Incorrecta
III. Correcta

Respuesta: D

38. Dados los siguientes compuestos:



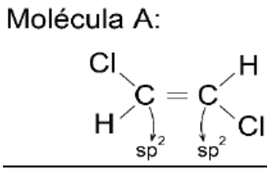
¿Cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?

I. A y B son moléculas planas.
II. A y B tienen momento dipolar nulo.
III. De todos los carbonos presentes, solo uno tiene una hibridación diferente.

ENLACE Y GEOMETRIA MOLECULAR

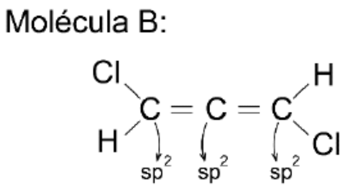
Los compuestos organoclorados presentan las siguientes características.

Molécula A:



Características:
-Molécula Planar
-Hibridación de Carbonos
-Momento dipolar (u) = OD

Molécula B:



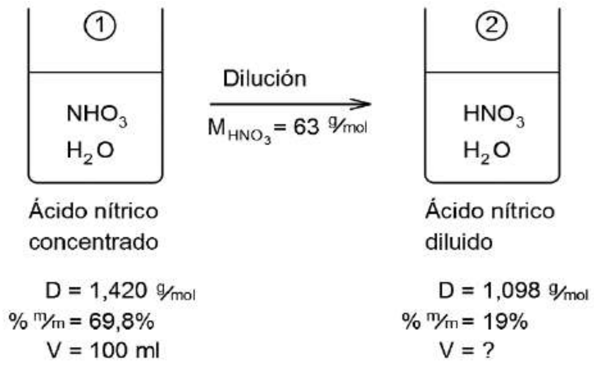
Características:
-Molécula no Planar
-Hibridación de Carbonos
-Momento dipolar

En base a lo indicado, se tiene:
I.Incorrecta
II.Incorrecta
III.Correcta

Respuesta: C

39. A partir de ácido nítrico concentrado (densidad 1,420 g/mL y 69,8 % en masa de HNO_3) se desea preparar ácido nítrico diluido (densidad 1,098 g/mL y 19 % en masa de HNO_3). ¿Qué volumen (en mL) de ácido diluido puede prepararse, diluyendo con agua, 100 mL del ácido concentrado?
Masas atómicas: H = 1; N = 14; O = 16

DILUCION DE SOLUCIONES



Calculo de la molaridad de la solución 1

$$M_1 = \frac{10(69.8)(1.420)}{63} = 15.73\frac{mol}{L}$$

Calculo de la molaridad de la solución:

$$M_2 = \frac{10(19)(1.098)}{63} = 3.31\frac{mol}{L}$$

En el proceso de dilución se cumple:

$$M_1V_1 = M_2V_2$$
$$(15.73\,{}^{mol}\!/_{L})(100mL) = (3.31\,{}^{mol}\!/_{L})$$
$$V_2 = 475ml$$

Respuesta: D

40. La concentración adecuada de HCl en el jugo gástrico de una persona sana es 8×10^{-2} M; una concentración mayor produce "acidez estomacal". Suponga que usted tiene acidez estomacal y que su estómago contiene 1,00 L de HCl 0,12 M. El médico le receta tomar leche de magnesia, que contiene 425 mg de $Mg(OH)_2$ por cada 5 mL de la suspensión. Calcule el volumen de leche de magnesia (en mL) que debe tomar para llegar a la

concentración adecuada de HCl en el estómago.

Reacción sin balancear:

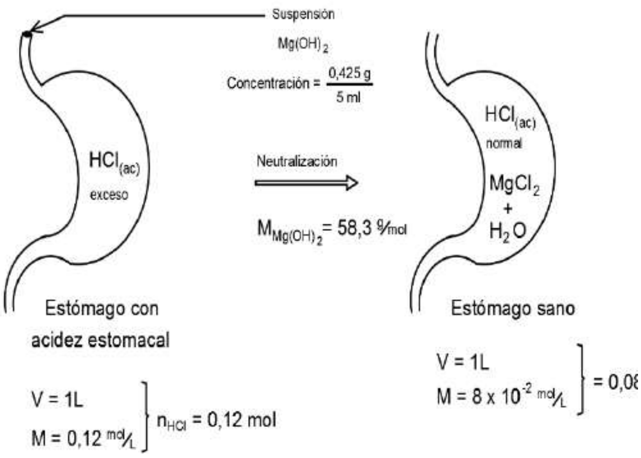
$$HCl_{(ac)} + Mg(OH)_{2\,(ac)} \longrightarrow MgCl_{2\,(ac)} + H_2O_{(\ell)}$$

Masas atómicas:
Mg = 24,3; O = 16 ; H = 1; Cl = 35,5

REACCION ACIDO–BASE

La concentración de HCl en el jugo gástrico de una persona sana es:

A mayor concentración de HCl (mayor de $8x10^{-2}\ mol/L$) produce "Acidez Estomacal".



Cuando la persona (con acidez estomacal) toma la suspensión de $Mg(OH)_2$ ocurre la reacción de neutralización:

$$2HCl_{(ac)} + Mg(OH)_{(ac)} \rightarrow MgCl_2 + 2H_2O_{(l)}$$

$$Moles: 2mol \qquad 1\text{mol} \qquad 1\text{mol} \qquad 2\text{mol}$$

Las moles y masa de $Mg(OH)_2$ necesario para neutralizar el HCl en exceso (0.04 mol) será:

$$N_{Mg(OH)_2} = 0.04\text{molHCl}\left(\frac{1molMg(OH)_2}{2molHCl}\right) = 0.02\text{mol}$$

$$M_{Mg(OH)_2} = 1.166\text{g}$$

El volumen de suspensión de $Mg(OH)_2$ que debe tomar la persona para llegar a la concentración adecuada será:

$$Vsuspension = 1.166g\left(\frac{5ml}{0.425g}\right) = 13.7ml$$

Respuesta: C

2

ANEXOS

Sistema Internacional de Unidades

Unidades de base SI

magnitud	unidad	símbolo
longitud	metro	m
masa	kilogramo	kg
tiempo	segundo	s
intensidad de corriente eléctrica	ampere	A
temperatura termodinámica	kelvin	K
intensidad luminosa	candela	cd
cantidad de sustancia	mol	mol

Unidades suplementarias SI

ángulo plano	radián	rad
ángulo sólido	estereorradian	sr

Unidades derivadas SI aprobadas

magnitud	unidad	símbolo	Expresión en términos de unidades de base, suplementarias, o de otras unidades derivadas
- frecuencia	hertz	Hz	1 Hz = $1s^{-1}$
- fuerza	newton	N	1 N = 1 kg m/s^2
- presión	pascal	Pa	1 Pa = 1 N/m^2
- trabajo, energía, cantidad de calor	joule	J	1 J = 1 N . m
- potencia	watt	W	1 W = 1 J/s
- cantidad de electricidad	coulomb	C	1 C = 1 A . s
- diferencia de potencial - tensión, fuerza electromotriz	voltio	V	1 V = 1 J/C
- capacidad eléctrica	faradio	F	1 F = 1 C/V
- resistencia eléctrica	ohm	Ω	1 Ω = 1 V/A
- conductancia eléctrica	siemens	S	1 S = 1 Ω^{-1}
- flujo de inducción magnética - flujo magnético	weber	Wb	1 Wb = 1 V . s
- densidad de flujo magnético - inducción magnética	tesla	T	1 T = $1Wb/m^2$
- inductancia	henry	H	1 H = 1Wb/A
- flujo luminoso	lumen	lm	1 lm = 1cd . sr
- iluminación	lux	lx	1 lx = 1 lm/m^2

Definiciones de las unidades de base SI

Metro
El metro es la longitud del trayecto recorrido en el vacío, por un rayo de luz en un tiempo de 1/299 732 458 segundos.

Kilogramo
El kilogramo es la unidad de masa (y no de peso ni de fuerza); igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo.

Segundo
El segundo es la duración del 9192631770 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133.

Ampere
El ampere es la intensidad de corriente que mantenida en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable, y que estando en el vacío a una distancia de un metro, el uno del otro, produce entre estos conductores una fuerza de 2×10^{-7} newton por metro de longitud.

Kelvin
El kelvin, unidad de temperatura termodinámica, es la fracción 1/273,16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.

Candela
La candela es la intensidad luminosa en una dirección dada, de una fuente que emite radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} hertz y de la cual la intensidad radiante en esa dirección es 1/683 watt por estereo-radián.

Mol
El mol es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0,012 kilogramos de carbono 12.

Unidades fuera del SI, reconocidas por el CIPM para uso general

magnitud	unidad	símbolo	definición
tiempo	minuto hora día	min h d	1 min = 60 s 1 h = 60 min 1 d = 24 h
ángulo plano	grado minuto segundo	° ‘ “l ,	1° = (p / 180)rad 1‘ = (1 / 60)° 1“ = (1 / 60)‘
volumen masa	litro tonelada	L t	$1l$ = 1 L = dm^3 1t = 10^3 kg

Unidades fuera de SI, reconocidas por el CIPM para uso en campos especializados

magnitud	unidad	símbolo	
energía	electronvolt	eV	1 electronvoltio es la energía cinética adquirida por un electrón al pasar a través de una diferencia de potencial de un voltio en el vacío. 1 eV = $1{,}60219 \times 10^{-19}$ J (aprox.)
masa de un átomo	unidad de masa atómica	u	1 unidad de masa atómica (unificada) es igual a 1/ 12 de la masa del átomo del núcleo C. l u = 1,66057 ´ 10-27 kg (aprox.)
longitud	unidad astronómica	UA	1 UA = $149597{,}870 \times 10^6$ m (sistema de constantes astronómica, 1979)
	parsec	pc	1 parsec es la distancia a la cual 1 unidad astronómica subtiende un ángulo de 1 segundo de arco.
presión de fluido	bar	bar	1 pc = 206265 UA = 30857×10^{12} m (aprox.) 1 bar = 10^5 Pa

* CIPM : Comité Internacional de Pesas y Medidas

PRUEBA DE APTITUD VOCACIONAL PARA ARQUITECTURA

Tema A	Grado de dificultad (1-5)	N° de pregunta:	Puntaje	Nota
1	3	001	6	

En los últimos 5 años han ocurrido hechos que destacaron, ya sea por su implicancia política, económica, por los derechos a la paz o reinicio de relaciones bilaterales. Así, hemos visto cómo se inició el retiro de Gran Bretaña de la Unión Europea, denominado BREXIT; el centenario de la Revolución Rusa; el reinicio de relaciones diplomáticas entre EE.UU. y Cuba; la lucha por los derechos de los niños; el Premio Nobel a Malala Yousafzai, y cómo el activista por los derechos de la población sudafricana y expresidente de su país, Nelson Mandela, dejó de existir. ¿Cuál es el orden cronológico de estos acontecimientos? Marque su respuesta.

p

q

s

A) p-2014, q-2017, r-2016, s-2013, t-2015

B) p-2013, q-2015, r-2016, s-2014, t-2017

C) p-2013, q-2016, r-2015, s-2014, t-2017

D) p-2013, q-2016, r-2017, s-2014, t-2015

E) p-2013, q-2016, r-2017, s-2015, t-2014

Tema A	Grado de dificultad (1-5)	N° de pregunta:	Puntaje	Nota
2	3	002	6	

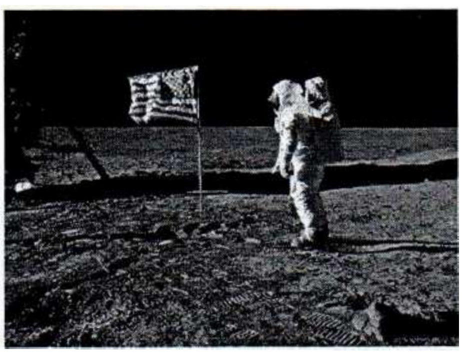
Algunos hechos importantes durante las décadas de los años 60, 70 y 80 del siglo XX son mostrados en imágenes en la parte inferior. Relacione las imágenes dos a dos, por la década en que ocurrieron. Marque su respuesta.

P)

Q)

R)

S)



T)

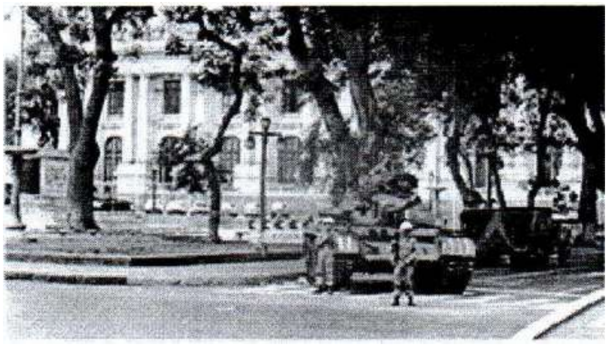
U)

A) años 60 Q-T, años 70 R-U, años 80 P-S.
B) años 60 Q-S, años 70 T-U, años 80 P-R.
C) años 60 S-T, años 70 P-U, años 80 Q-R.
D) años 60 S-T, años 70 Q-U, años 80 P-R.
E) años 60 S-T, años 70 R-U, años 80 Q-P.

Tema A	Grado de dificultad (1-5)	N° de pregunta:	Puntaje	Nota
3	3	003	6	

Hechos importantes ocurrieron en las décadas del 80 y 90 del siglo XX, que nos marcaron como sociedad y como democracia. ¿Cuál es la secuencia cronológica correcta de estos sucesos? Marque su respuesta.

P) REGRESO A LA DEMOCRACIA



Q) AUTOGOLPE

R) CAPTURA DEL SIGLO

S)FALSO PAQUISHA

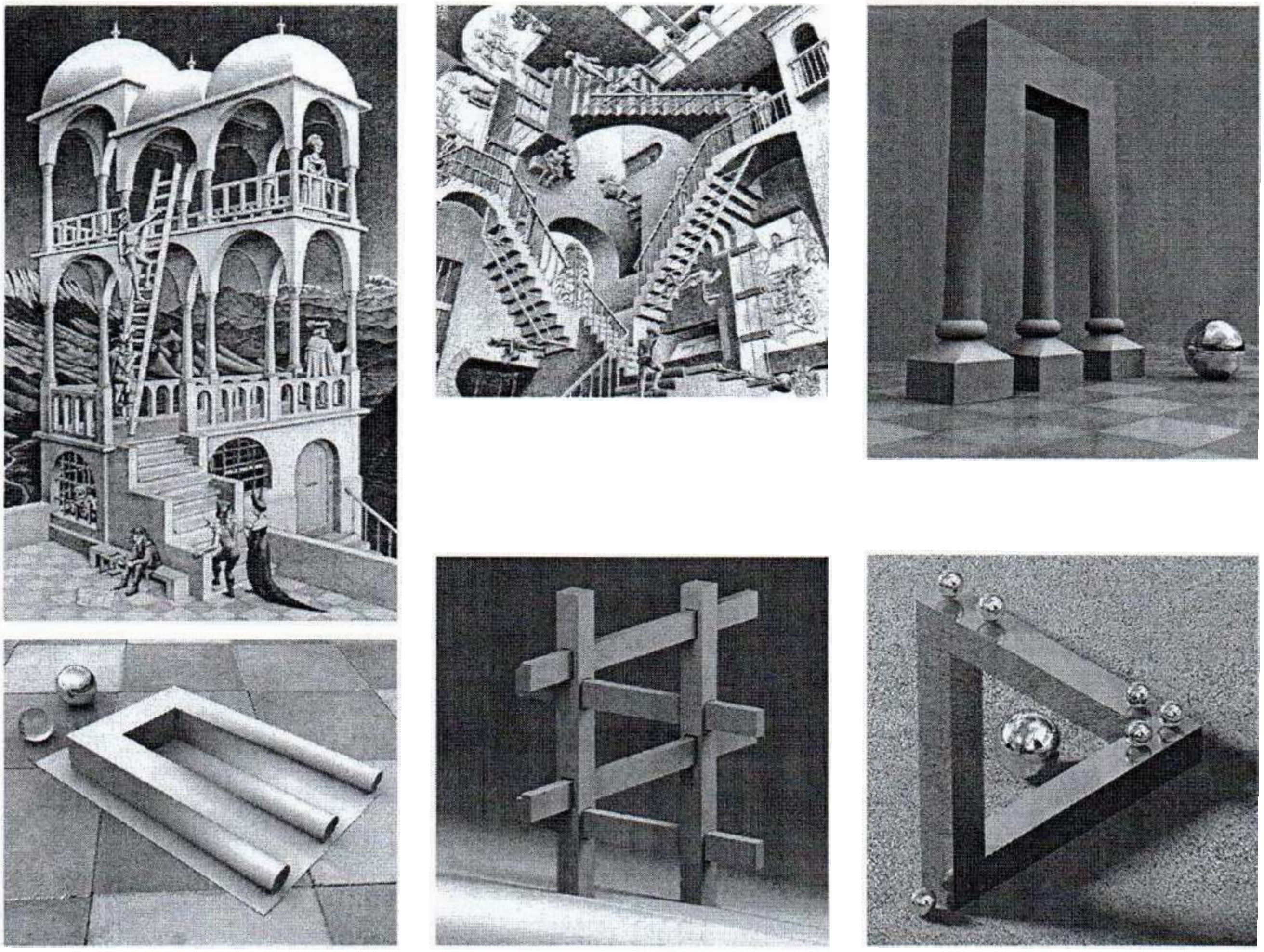
T) CHUSCHI-AYACUCHO

U) CAMPAÑA DEL TRACTOR

A) 80´S P-S-T y 90´S U-Q-R.
B) 80´S P-Q-R y 90´S U-S-T.
C) 80´S U-S-T y 90´S P-Q-R.
D) 80´S U-Q-T y 90´S P-R-S.
E) 80´S P-S-Q y 90´S U-T-R.

Tema B	Grado de dificultad (1-5)	N° de pregunta:	Puntaje	Nota
1	**3**	**004**	**6**	

¿Cuál es el concepto predominante que vincula a las imágenes que se muestra a continuación?



A) Eutopía

B) Abstracto

C) Inestabilidad

D) Paradoja

E) Morfológico

Tema B	Grado de dificultad (1-5)	N° de pregunta:	Puntaje	Nota
2	3	005	6	

Post-impresionismo
Es un término histórico-artístico que se aplica a los estilos pictóricos a finales del siglo XIX y principios del XX. Los post-impresionistas continuaron utilizando colores vivos, una aplicación compacta de la pintura, pinceladas distinguibles y temas de la vida real, pero intentaron llevar más emoción y expresión a su pintura. Sus exponentes reaccionaron contra el deseo de reflejar fielmente la naturaleza y presentaron una visión más subjetiva del mundo.

Surrealismo
Movimiento artístico y literario que surgió en Francia después de la Primera Guerra Mundial y que se inspira en las teorías psicoanalíticas para intentar reflejar el funcionamiento del subconsciente, dejando de lado cualquier tipo de control racional.

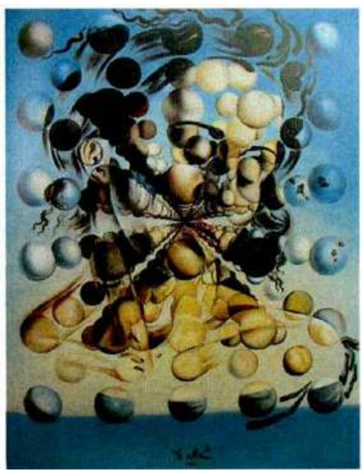
A continuación se muestra gráficos de pinturas post-impresionistas y surrealistas.
¿Cuál es la relación correcta?
Marque su respuesta.


P)


Q)


R)


T)


U)


S)

A) POST-IMPRESIONISMO P-R-U, SURREALISMO Q-S-T.

B) POST-IMPRESIONISMO P-S-U, SURREALISMO Q-R-T.

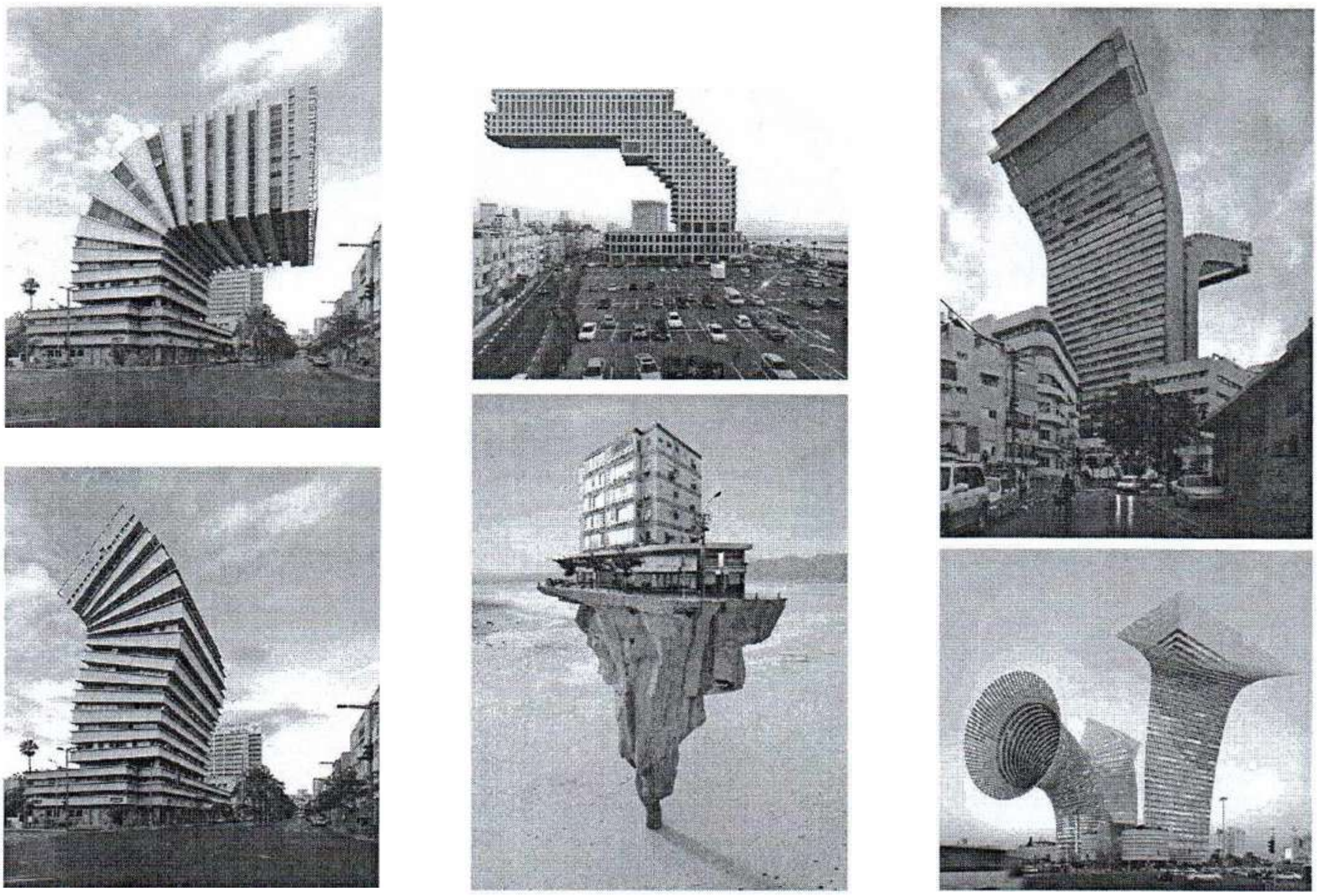
C) POST-IMPRESIONISMO Q-S-U, SURREALISMO P-R-T.

D) POST-IMPRESIONISMO Q-R-S, SURREALISMO P-U-T.

E) POST-IMPRESIONISMO Q-R-T, SURREALISMO P-U-S.

Tema B	Grado de dificultad (1-5)	N° de pregunta:	Puntaje	Nota
3	3	006	6	

¿Cuál es el concepto predominante que vincula a las imágenes que se muestra a continuación?



A) Imposible

B) Abstracto

C) Figurativo

D) Integrado

E) Equilibrado

Tema C	Grado de dificultad (1-5)	N° de pregunta:	Puntaje	Nota
1	2	007	4	

Relacione el número que corresponde al tipo de puente con la letra de su respectiva imagen.

1) PUENTE CANTILEVER

2) PUENTE DE ARMADURA

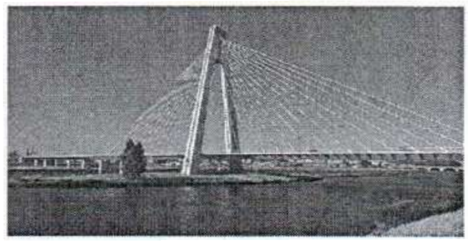
3) PUENTE COLGANTE

4) PUENTE ATIRANTADO

5) PUENTE VIGA

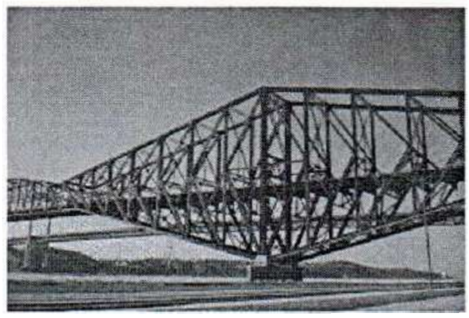
6) PUENTE DE ARCO

q



t

r



u

s

v

A) 1 s, 2 u, 3 r, 4 t, 5 v, 6 q

B) 1 s, 2 u, 3 t, 4 r, 5 q, 6 v

C) 1 u, 2 t, 3 r, 4 s, 5 v, 6 q

D) 1 t, 2 s, 3 u, 4 r, 5 q, 6 v

E) 1 u, 2 s, 3 r, 4 t, 5 q, 6 v

Tema C	Grado de dificultad (1-5)	N° de pregunta:	Puntaje	Nota
2	2	008	4	

Se muestra la figura de un puente con tres niños.¿Cuáles de las afirmaciones son correctas? Marque su respuesta.

I) La tabla de la base está sometida a esfuerzos de compresión en la parte superior.

II) Las 4 cuerdas que soportan cada base están sometidas a esfuerzos de tracción.

III) El peso de los niños se transmite a las 4 cuerdas azules.

IV) Las barandas están en equilibrio.

V) Las cuerdas que sostienen las bases están sometidas a tracción.

A) I, II, III y IV.

B) II, III, IV y V.

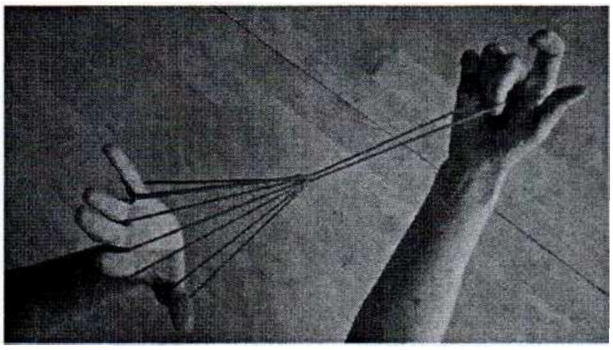
C) III, IV y V

D) I,III y V.

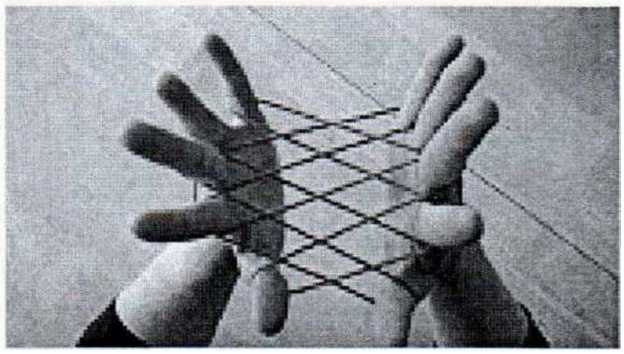
E) TODAS SON CORRECTAS.

Tema C	Grado de dificultad (1-5)	N° de pregunta:	Puntaje	Nota
3	2	009	4	

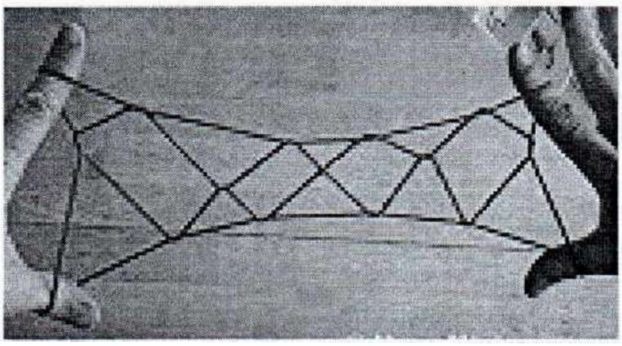
Se muestra las figuras de cuerdas sometidas a diversos esfuerzos. Si las cuerdas están en equilibrio, ¿cuáles de las afirmaciones son correctas? Marque su respuesta.



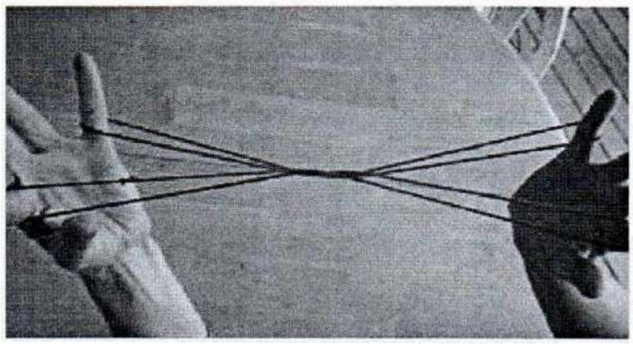
P)



Q)



R)



S)

I) En el nudo de P), las 8 cuerdas en tensión a la izquierda se equilibran con las 2 cuerdas en tensión a la derecha.
II) En Q), cada cuerda está sometida a esfuerzos de torsión, una a una.
III) En R), las cuerdas longitudinales están en tensión y reparten sus esfuerzos con las otras cuerdas que también están en tensión.
IV) En la imagen S), las 8 cuerdas están sometidas a torsión.

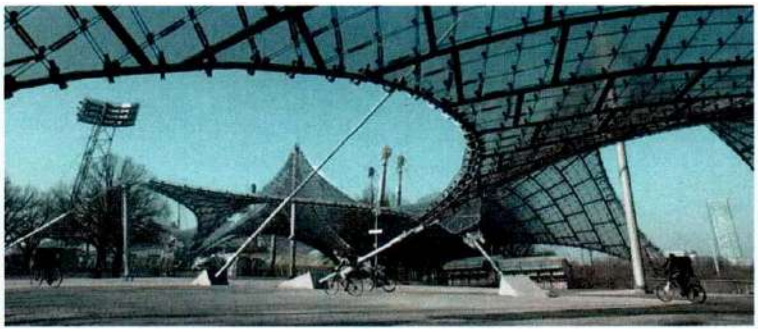
A) I y IV.
B) II y III.
C) I y III
D) II y IV.
E) III y IV.

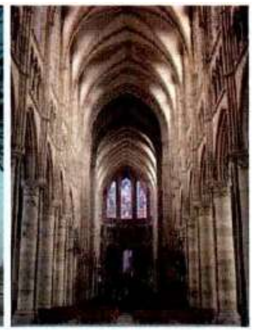
Tema C	Grado de dificultad (1-5)	N° de pregunta:	Puntaje	Nota
4	3	010	6	

Toda edificación está sometida a fuerzas de compresión y tracción. Las fuerzas de compresión son las que aplastan o comprimen y las de tracción, por el contrario, son las que estiran.

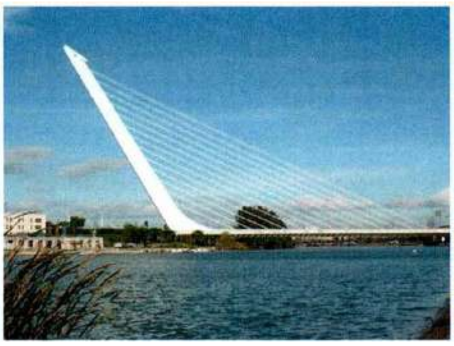
Los edificios mostrados también están sometidos a fuerzas de compresión y tracción.
Indique cuál de estas dos fuerzas es la que incide con mayor importancia en cada uno de estos edificios y ha determinado su forma estructural.


1.


2.


3.


4.


5.


6.

A) 1. Compresión
2. Compresión
3. Tracción
4. Compresión
5. Tracción
6. Tracción

B) 1. Tracción
2. Tracción
3. Compresión
4. Tracción
5. Compresión
6. Tracción

C) 1. Tracción
2. Tracción
3. Compresión
4. Compresión
5. Tracción
6. Compresión

D) 1. Compresión
2. Tracción
3. Compresión
4. Tracción
5. Tracción
6. Compresión

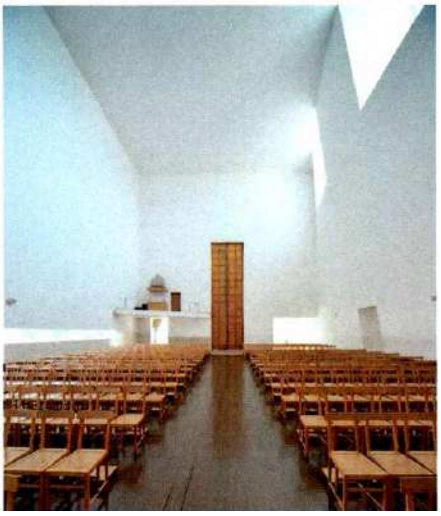
E) 1. Tracción
2. Tracción
3. Compresión
4. Tracción
5. Compresión
6. Compresión

Tema C	Grado de dificultad (1-5)	N° de pregunta:	Puntaje	Nota
5	**3**	**011**	**6**	

Los espacios interiores de las iglesias invitan a la reflexión, el recogimiento y la espiritualidad y también pueden estar caracterizados por el uso racional de la geometría, la claridad de los espacios, el manejo de la luz y el uso del color blanco.
En las fotografías siguientes se muestra dos vistas interiores de tres iglesias distintas. Identifíquelas y relacione las imágenes dos a dos. Marque su respuesta.

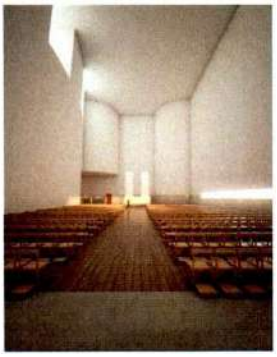
I)

II)



III)

IV)



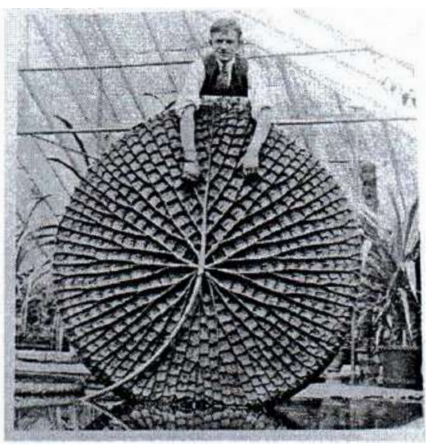
V)

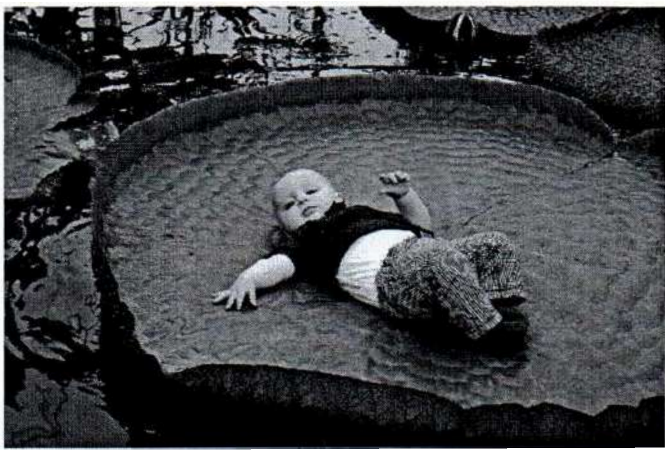
VI)

A) I-II, III-VI y IV-V.
B) I-II, III-V y IV-VI.
C) I-III, II-V y IV-VI.
D) I-V, II-III y IV-VI.
E) I-III, II-VI y IV-V

Tema C	Grado de dificultad (1-5)	N° de pregunta:	Puntaje	Nota
6	3	012	6	

La Victoria Regia o Victoria Amazónica es un lirio de aguas poco profundas del Amazonas, pudiendo alcanzar sus hojas más de 1m de diámetro. Los gráficos muestran la parte posterior de la hoja y la planta en su hábitat. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones sobre la Victoria Regia son correctas?
Marque su respuesta.





1) El peso del niño pequeño se distribuye a través de todos los nervios secundarios de la hoja de Victoria Regia.

2) El peso del niño pequeño se distribuye en un solo punto en la hoja de Victoria Regia.

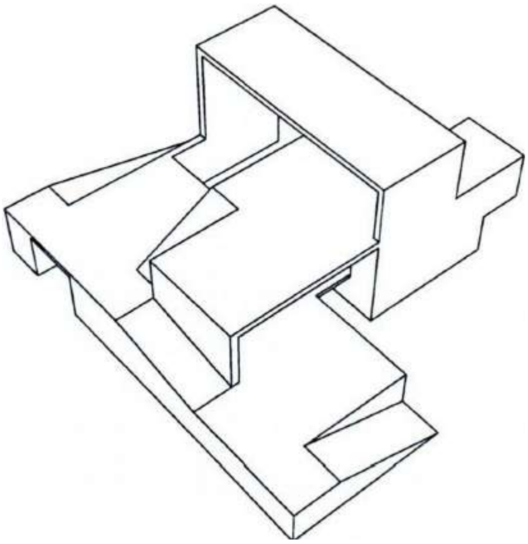
3) Los nervios secundarios de la hoja de Victoria Regia distribuyen el peso del niño pequeño hacia el nervio principal.

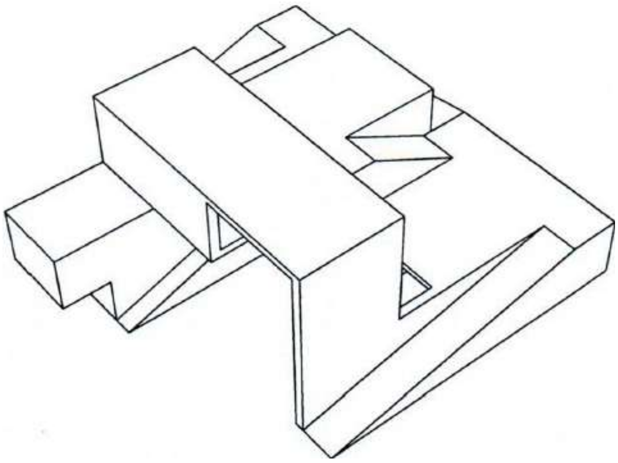
4) El peso del niño pequeño sólo lo recibe el nervio principal de la hoja de Victoria Regia.

A) 1-F, 2-F, 3-V, 4-V.
B) 1-V, 2-F, 3-F, 4-V.
C) 1-V, 2-V, 3-V, 4-F.
D) 1-V, 2-F, 3-V, 4-F
E) 1-F, 2-V, 3-V, 4-V.

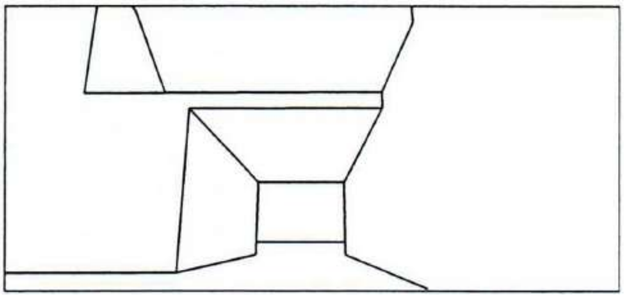
Tema D	Grado de dificultad (1-5)	N° de pregunta:	Puntaje	Nota
1	4	013	10	

Se muestra dos vistas opuestas del mismo edificio. Indique cuál de las vistas interiores no corresponde al edificio.

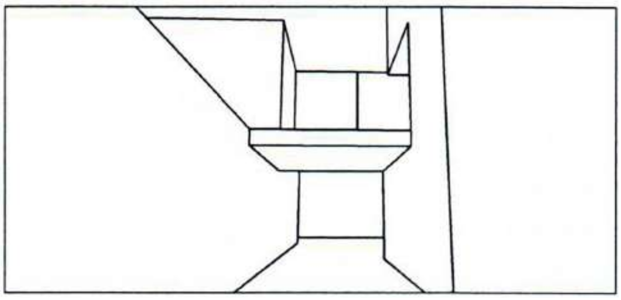




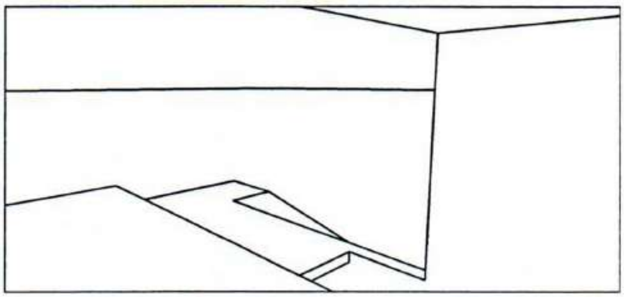
A)



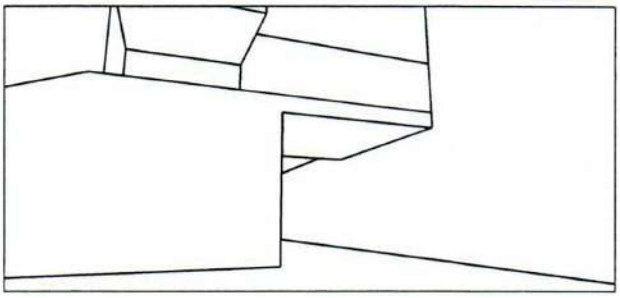
B)



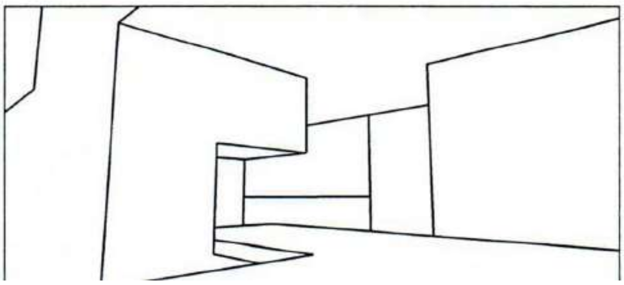
C)



D)



E)



Tema D	Grado de dificultad (1-5)	N° de pregunta:	Puntaje	Nota
2	5	014	12	

Se desea construir el sólido que se muestra en la figura 1 con una sola pieza, haciendo solamente cortes y dobleces. Se dispone de una lámina de cartulina del tamaño suficiente, regla, lápiz, tijera y pegamento. ¿Cuál de las alternativas de desplegado es la que permite alcanzar el objetivo?

NOTA: CORTE ―――――
DOBLEZ - - - - -

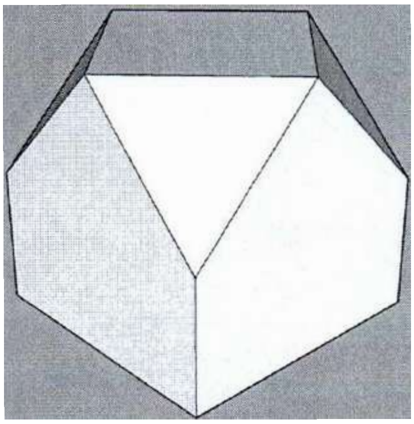
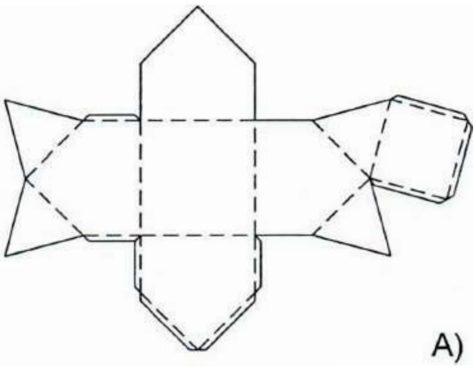
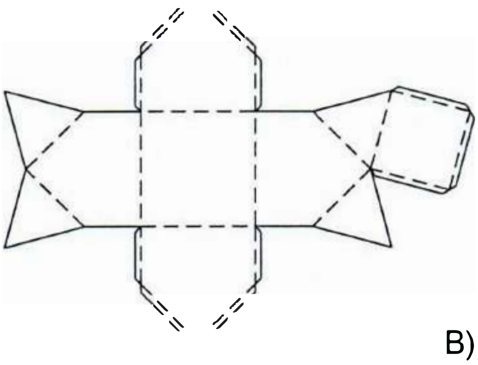


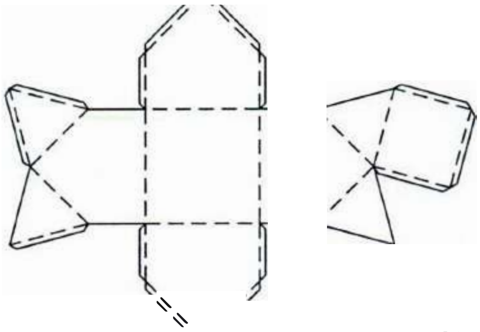
figura 1



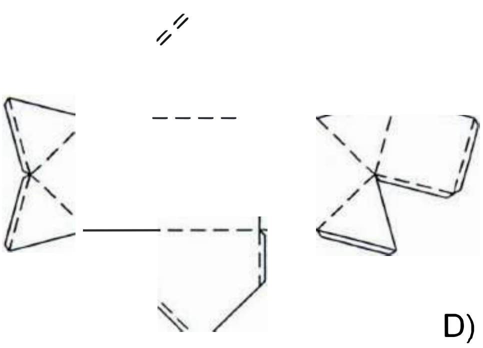
A)



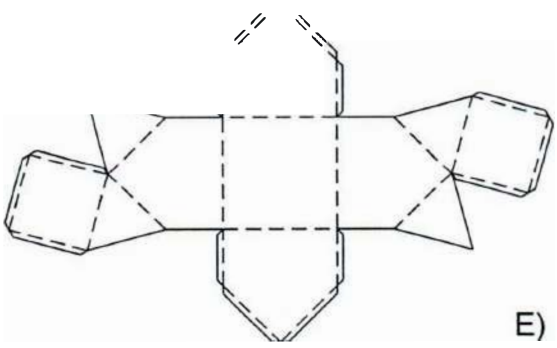
B)



C)



D)



E)

Tema D	Grado de dificultad (1-5)	N° de pregunta:	Puntaje	Nota
3	5	015	12	

Se desea construir el sólido que se muestra en la figura 1 con una sola pieza, haciendo solamente cortes y dobleces. Se dispone de una lámina de cartulina del tamaño suficiente, regla, lápiz, tijera y pegamento. Identifique con cuál de las alternativas que se propone NO ES POSIBLE alcanzar el objetivo?
(No considere la inclusión de pestañas para el montaje del plegado)

NOTA: CORTE
DOBLEZ

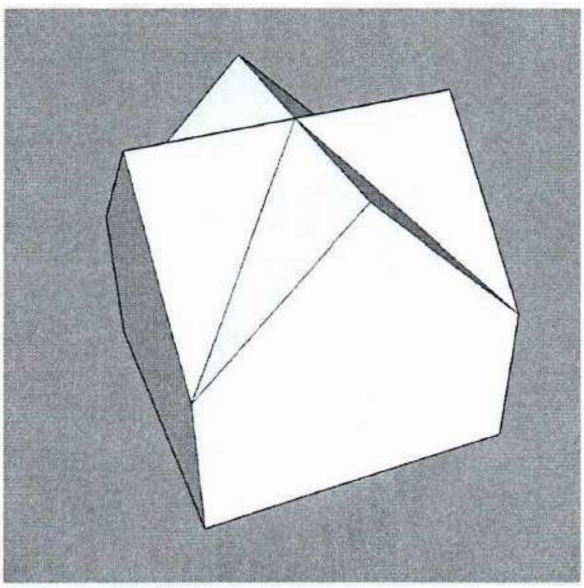
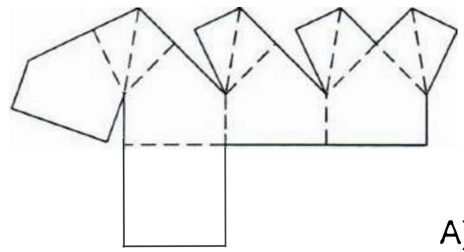
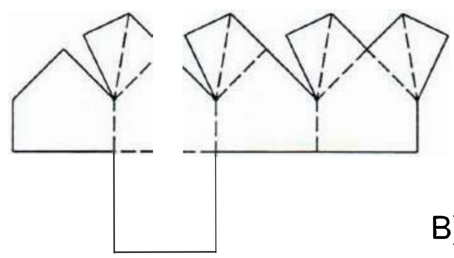


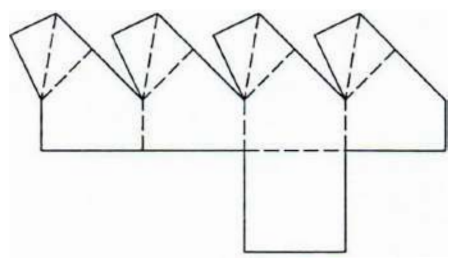
figura 1



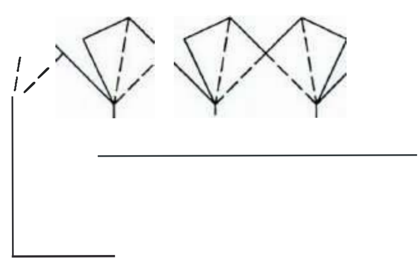
A)



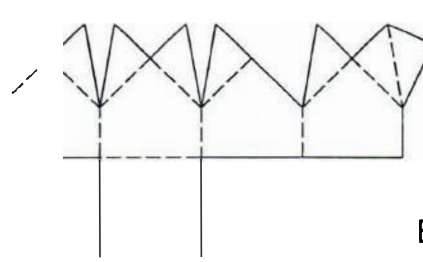
B)



C)



D)



E)

TITULADOS O GRADUADOS Y TRASLADO EXTERNO

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL, MATEMÁTICA BÁSICA I Y II

MATEMÁTICA BÁSICA I

01. Desde el punto (4,5) se trazan dos rectas tangentes a la circunferencia:

$$(x-2)^2+(y-3)^2=4$$

Determina el área (en u^2) de la región limitada por las rectas tangentes y el arco de circunferencia cuyos extremos son los puntos de tangencia.

A) $\left(\frac{7}{2}-\pi\right)u^2$
D) $(5-\pi)u^2$
B) $(4-\pi)u^2$
E) $\left(\frac{11}{2}-\pi\right)u^2$
C) $\left(\frac{9}{2}-\pi\right)u^2$

Respuesta B

02. Indique el tipo de cónica que representa la ecuación:

$$5x^2+6xy+5y^2-2=0$$

A) Círculo
D) Parábola
B) Elipse
E) Punto
C) Hipérbola

Respuesta B

03. La ecuación cuadrática compleja:

$$z^2+2z\bar{z}+\bar{z}^2+2(1+i)z+2(1-i)\bar{z}+4=0$$

representa:

A) Una circunferencia
B) Un elipse
C) Una hipérbola
D) Una parábola
E) Un punto

Respuesta D

04. Determina la pendiente de la recta tangente en el punto $(0,1)$ a la cónica de ecuación:

$$2x^2+6xy+5y^2+2y-7=0$$

A) $-\frac{1}{2}$
D) 1
B) $-\frac{3}{2}$
E) $\frac{5}{2}$
C) $\frac{3}{2}$

Respuesta A

05. Al efectuar una elección conveniente de nuevos ejes ortogonales con coordenadas r, s y t, la forma cuadrática $\varphi:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ definida por:

$$\varphi(x,y,z)=\frac{1}{49}(67x^2-19y^2+46z^2+132xy$$
$$-72xz+60yz)$$

Se convierte en $\psi:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ definida por $\psi(r,s,t)=r^2+2s^2-t^2$.

¿Cuál de las siguientes relaciones se cumple?

A) $x=\frac{1}{7}(2r+6s-3t),\ y=\frac{1}{7}(3r+2s-6t),$
$z=\frac{1}{7}(6r-3s-2t)$

B) $x=\frac{1}{7}(2r+6s-3t),\ y=\frac{1}{7}(3r+2s+6t),$
$z=\frac{1}{7}(6r+3s+2t)$

C) $x=\frac{1}{7}(2r+6s+3t),\ y=\frac{1}{7}(3r-2s-6t),$
$z=\frac{1}{7}(6r-3s-2t)$

D) $x=\frac{1}{7}(2r+6s+3t),\ y=\frac{1}{7}(3r+2s-6t),$
$z=\frac{1}{7}(6r-3s+2t)$

E) $x=\frac{1}{7}(2r-6s+3t),\ y=\frac{1}{7}(3r+2s-6t),$
$z=\frac{1}{7}(6r-3s+2t)$

Respuesta D

06. Sean $L_1: a_1x+b_1y=c_1$, $L_2: a_2x+b_2y=c_2$ rectas no paralelas, entonces se cumple que:

A) $a_1b_2=a_2b_1$
D) $a_1b_1+a_2b_2\neq 0$
B) $a_1b_2+a_2b_1=0$
E) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_2}{b_1}$
C) $a_1b_2\neq a_2b_1$

Respuesta C

07. Determina la ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto $(-1,2)$ y cuyo vector direccional es ortogonal a $(-3,4)$.

A) $L=\{(-1,2)+t(4,3)\}$
B) $L=\{(-1,2)+t(-3,4)\}$
C) $L=\{(-1,2)+t(3,-4)\}$
D) $L=\{(-1,2)+t(-4,3)\}$
E) $L=\{(-1,-2)+t(-4,-3)\}$

Respuesta A

08. Determina el ángulo que forman las rectas:

$$\mathscr{L}_1 : 2x + 3y - 5 = 0$$
$$\mathscr{L}_2 : 5x + y + 3 = 0$$

A) 30° D) 53°
B) 37° E) 90°
C) 45°

Respuesta C

09. Los vectores $\bar{a} = (k-2\ ,\ 3)$ y $\bar{b} = (k+3, -2k)$ son ortogonales. Determina la suma del máximo y mínimo valor de k.

A) -6 D) 5
B) -5 E) 6
C) -1

Respuesta D

10. Determina el valor de $b \in \mathbb{R}$ para que la recta $\mathscr{L}_b : y = 2x + b$ se encuentre a una distancia de $2\sqrt{5}$u de $P = (2,3)$, y del mismo lado de la recta $\mathscr{L}_b$ que el punto P.

A) –11 D) 5
B) -8 E) 9
C) –3

Respuesta A

MATEMÁTICA BÁSICA II

11. Si el polinomio característico de la matriz A es $P(\lambda) = \lambda^2 - 4\lambda + 1$. Determina la matriz inversa de A.

A) $A - 2I$ D) $A - 4I$
B) $2I - A$ E) $3I - A$
C) $4I - A$

Respuesta C

12. Sea la matriz A de orden $n x 1$, A^T su transpuesta, I la matriz identidad del orden $n x n$ y $B = I - A(A^T A)^{-1} A^T$.

Calcula B^p, donde **p** es un entero positivo.

A) I D) $I + 2B$
B) B E) $I - 2B$
C) $I + B$

Respuesta B

13. Sea

$$A = \begin{pmatrix} P & 1 & 0 \\ 0 & P & 1 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix}$$

Halla el elemento de la segunda fila y tercera columna de A^4.

A) P^4 D) $6P^2$
B) $3P^4$ E) P
C) $4P^3$

Respuesta C

14. Sea A una matriz de orden $n x n$ y $P_A(\lambda) = \det(A - \lambda I)$ el polinomio característico de A, donde I es la matriz identidad. Señala la alternativa que presenta la secuencia correcta, después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).

I) El polinomio P_A no es idénticamente nulo.
II) El vector propio $x \in \mathbb{R}^n$ de A asociado al correspondiente valor propio λ, es único.
III) Si A es una matriz singular, entonces P_A tiene n raíces distintas.

A) V V V D) F V F
B) V V F E) F F F
C) V F F

Respuesta C

15. Indica la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o es falsa (F).

I) El determinante de una matriz puede considerarse como una función del conjunto de las matrices cuadradas al conjunto de los números reales.
II) $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$.
III) Si B es la inversa de una matriz A entonces $\det(B) = 1/\det(A)$.

A) F V V D) V F V
B) F F F E) V V F
C) V V V

Respuesta D

16. Sean las rectas:

$$\mathscr{L}_1 = \{(1,1,0) + t(2,1,-1) / t \in \mathbb{R}\}$$
$$\mathscr{L}_2 = \{(2\ ,\ 2\ ,\ 3) + r(3\ ,\ 2\ ,2) / r \in \mathbb{R}\}$$

Determina el punto $M = \mathscr{L}_1 \cap \mathscr{L}_2$; dar como respuesta la suma de sus coordenadas.

A) 0 D) 3
B) 1 E) 4
C) 2

Respuesta A

17. Dada la función $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, definida por:

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}.$$

Entonces, se puede afirmar que la imagen por f del cuadrado de vértices (1 , 1), (2 , 1), (2 , 2) y (1 , 2) es:

A) Un punto
B) Un paralelogramo
C) Una recta
D) Un segmento de recta
E) Dos puntos

Respuesta D

18. Dado el vector $\vec{v}=(-5,-4,3)$ halla la proyección ortogonal de $\vec{v}$ sobre el plano de ecuación:

$$\mathscr{P}: 2x+y-2z=0$$

A) $\frac{1}{4}(16\,,5\,,13)$ D) $\frac{1}{2}(3,13\,,17)$
B) $\frac{1}{5}(13,5\,,16)$ E) $-\frac{1}{9}(5\,,16\,,13)$
C) $\frac{1}{3}(5,13\,,16)$

Respuesta E

19. Calcula el valor del volumen del tetraedro formado por la intersección del plano $\mathscr{P}: 10x+15y+6z=30$ con los ejes coordenados x y z.

A) 4 D) 7
B) 5 E) 8
C) 6

Respuesta B

20. Sean las rectas:

$$\mathscr{L}_1:\begin{cases} x+2y=0 \\ 3x-z=1 \end{cases} \quad y \quad \mathscr{L}_2:\begin{cases} y-z=2 \\ x+y=3 \end{cases}$$

Determina la medida del ángulo formado por las rectas $\mathscr{L}_1$ y $\mathscr{L}_2$.

A) $\arccos\left(\sqrt{\frac{8}{41}}\right)$ D) $\arccos\left(\sqrt{\frac{5}{41}}\right)$
B) $\arccos\left(\sqrt{\frac{7}{41}}\right)$ E) $\arccos\left(\sqrt{\frac{3}{41}}\right)$
C) $\arccos\left(\sqrt{\frac{6}{41}}\right)$

Respuesta E

CÁLCULO DIFERENCIAL

21. Considera las funciones f y g y sus derivadas que poseen valores en x, tal como se indica en la tabla siguiente:

x	f(x)	g(x)	$f'(x)$	$g'(x)$
0	1	5	2	-5
1	3	-2	0	1
2	0	2	3	1
3	2	4	1	-6

También se tiene

x	$f\circ g(x)$	$g\circ f(x)$	$(fg)'(x)$	$(f/g)'(x)$
2	a	b	c	d

Calcula $a+b+c\cdot d$

A) 12 D) 15
B) 13 E) 16
C) 14

Respuesta C

22. Sean a,b constantes y $f(x)=\text{Ln}(ax+b)$, $a,b>0$. La fórmula para la derivada $f^{(n)}(x)$, $n\geq 1$ es:

A) $\dfrac{(-1)^n(n-1)!\,a^n}{(ax+b)^n}$

B) $\dfrac{(-1)^{n+1}(n-1)!\,a^n}{(ax+b)^n}$

C) $\dfrac{(-1)^{n+1}n!\,a^n}{(ax+b)^n}$

D) $\dfrac{(-1)^{n+1}n!\,a^n}{(ax+b)^{n+1}}$

E) $\dfrac{(-1)^{n+1}(n-1)!}{(ax+b)^{n+1}}$

Respuesta B

23. Considera la gráfica de la función $y=3x^2+4$ y el punto $P=(1,1)$.
Desde el punto P se trazan las rectas tangentes a la gráfica de la función dada, de modo que los puntos T y H sean los puntos de tangencia.

Calcula la distancia entre T y H.

A) $\sqrt{296}$ D) $\sqrt{302}$
B) $\sqrt{298}$ E) $\sqrt{304}$
C) $\sqrt{300}$

Respuesta A

24. Considera $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función con dominio en $\mathbb{R}$.

Dadas las siguientes proposiciones:

I) Si f es derivable en x_0, entonces f es continua en x_0.
II) Si f es derivable en x_0, entonces $|f|$ es derivable en x_0.
III) Si f es derivable en todo $\mathbb{R}$, entonces $f \circ g$ es derivable en $x_0 \in Dom(f \circ g)$, donde $g(x) = \cos x$.

Es correcto:

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo I y II
D) Solo I y III
E) Solo II y III

Respuesta D

25. Indica la alternativa correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F), según el orden dado:

I) Si $|f|$ es derivable en $x = x_0$, entonces f es derivable en $x = x_0$.
II) Si f es derivable en $x = x_0$ y g no es continua en $x = x_0$, entonces $(f+g)$ no es continua en $x = x_0$.
III) Si f es derivable en $x = x_0$ y g es continua en $x = x_0$, entonces $f - g$ es continua en $x = x_0$.

A) V F F
B) V V F
C) F F V
D) V V V
E) F V V

Respuesta E

26. Determina el conjunto de valores que puede tomar $K \in \mathbb{R}$ para que la función f(x) sea continua en todo su dominio.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{Kx^4 - 3x^3}{7x^5 + 3x^3}, & \text{Si } x \neq 0 \\ -1, & \text{Si } x = 0 \end{cases}.$$

A) $\{0\}$
B) $\{0;1\}$
C) $\{-1;1\}$
D) $\{-1;0\}$
E) $\mathbb{R}$

Respuesta E

27. Señala la alternativa que representa la secuencia correcta, después de determinar si la proposición es falsa (F) o verdadera (V).

I) Si las funciones f y g no tienen límite en x_0, entonces $(f+g)$ no tiene límite en x_0.
II) Si las funciones f y g no tienen límite en x_0, entonces $f \cdot g$ no tiene límite en x_0.
III) Si la función f tiene límite en $x_0 = 0$, entonces $x \cdot f(x)$ tiene límite en $x_0 = 0$.

A) F F F
B) V F F
C) F V V
D) V V F
E) F F V

Respuesta E

28. Sea la función $f(x) = 3x - 2,\ x \in \mathbb{R}$, si $\varepsilon = \dfrac{24}{700}$, halla el mayor $\delta > 0$ tal que: Si $0 < |x-2| < \delta$, entonces $|f(x) - 4| < \varepsilon$.

A) 1/175
B) 2/175
C) 3/175
D) 4/175
E) 5/175

Respuesta B

29. Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^4 \operatorname{sen}(1/x), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$.

Se afirma:

I) f es continuo en su dominio.
II) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.
III) No existe $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{x}$.

¿Cuáles de las afirmaciones anteriores son correctas?

A) I y II
B) I y III
C) II y III
D) I, II y III
E) Solo I

Respuesta A

30. Sea $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & \text{Si } x < 1 \\ -2x + 1, & \text{Si } x \geq 1 \end{cases}$.

Determina el intervalo donde f es inyectiva.

A) $\left\langle -\infty, \dfrac{3}{2} \right\rangle$
B) $\langle -\infty, 1 \rangle$
C) $\langle 0, +\infty \rangle$
D) $\left[-1, \dfrac{3}{2} \right]$
E) $\left\langle \dfrac{3}{2}, +\infty \right\rangle \cup \langle -\infty; -1 \rangle$

Respuesta E

CÁLCULO INTEGRAL

31. Halla el área de la siguiente región $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,/\, 0\le y\le \operatorname{sen}x \,,\, 0\le x\le 5\pi/6\}$

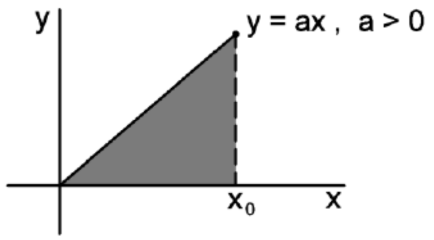
A) $\frac{\sqrt{3}}{4}+1$ D) $\sqrt{3}+1$

B) $\frac{\sqrt{3}}{3}+1$ E) $2\sqrt{3}$

C) $\frac{\sqrt{3}}{2}+1$

Respuesta C

32. Considera la gráfica siguiente:



Determina el valor adecuado para $x_0>0$, de manera que el volumen del sólido generado por la región sombreada, alrededor del eje y, sea el doble del volumen del sólido generado por dicha región sombreada, alrededor del eje x.

A) $\frac{1}{4}$ D) 2

B) $\frac{1}{2}$ E) 3

C) 1

Respuesta C

33. Dadas las funciones definidas por $f(x)=-x^3$ y $g(x)=x^2-4x-4$. Calcula el área de la región limitada por las gráficas de estas funciones en donde $f(x)>g(x)$.

A) $\frac{42}{4}$ D) $\frac{45}{4}$

B) $\frac{43}{4}$ E) $\frac{46}{4}$

C) $\frac{44}{4}$

Respuesta D

34. Halla la integral:

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$$

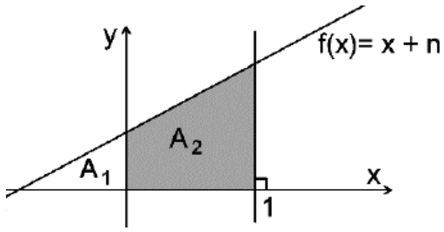
A) $\ln\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{3}\right)$ D) $\ln\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$

B) $\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ E) $\ln\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$

C) $\ln\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}\right)$

Respuesta A

35. Dada la gráfica siguiente:



Calcula el valor que debe tener $n\in\mathbb{R}$, de modo que cumpla con $A_2=2A_1$, siendo A_1 y A_2 las áreas de las regiones mostradas.

A) – 1 D) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

B) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ E) 2

C) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

Respuesta D

36. Determina el valor de la integral:

$$\int_0^1 \frac{e^{-x}}{\sqrt{1-e^{2x}}}dx$$

A) $(1+e)^{\frac{1}{2}}-\sqrt{2}$

B) $(1-e^2)^{\frac{1}{2}}-\sqrt{2}$

C) $-(1+e^{-2})^{\frac{1}{2}}+\sqrt{2}$

D) $-(1+e^{-2})^{\frac{1}{2}}-\sqrt{2}$

E) $-(1+e^{-2})^{-\frac{1}{2}}+\sqrt{2}$

Respuesta C

37. Calcula:

$$\int_1^e \frac{1+\ln(x)}{x}dx$$

A) $\frac{2}{3}$ D) 2

B) $\frac{3}{2}$ E) 8

C) 1

Respuesta B

38. Evalúa la integral definida:

$$\int_1^e \frac{dx}{x(3+\ln x)^2}$$

A) $\frac{1}{10}$

B) $\frac{1}{11}$

C) $\frac{1}{12}$

D) 1

E) 2

Respuesta C

39. El porcentaje de humedad dentro de un invernadero, durante las 8:00 y las 9:00 horas en que se estuvo inyectando vapor de agua al interior, produjo una función del tipo $f(x)=60x^2+10$, en donde $x\in[0,1]$ (siendo x=0 a las 8:00 y x=1 a las 9:00 horas), y $f(x)$ es el porcentaje de humedad en el ambiente. Determina el porcentaje medio de humedad que tuvo el invernadero en ese lapso de tiempo.

A) 10

B) 20

C) 30

D) 40

E) 50

Respuesta C

40. Halla la longitud de la curva $x^2=-y^3$ desde el punto $(-1,-1)$ al punto $(1,-1)$.

A) $\frac{2}{27}\left[13\sqrt{13}-8\right]$

B) $\frac{4}{27}\left[13\sqrt{13}+8\right]$

C) $\frac{4}{27}\left[13\sqrt{13}-8\right]$

D) $\frac{6}{27}\left[13\sqrt{13}-8\right]$

E) $\frac{7}{27}\left[13\sqrt{13}-8\right]$

Respuesta A